FABRICA ET VSO

Del Compasso di Proportione,

Doue insegna à gli ARTEFICI il modo di fare in esso le necessarie diuisioni,

E con varij Problemi vsuali mostra l'vtilità di questo Stromento,

PAOLO ÇASATI

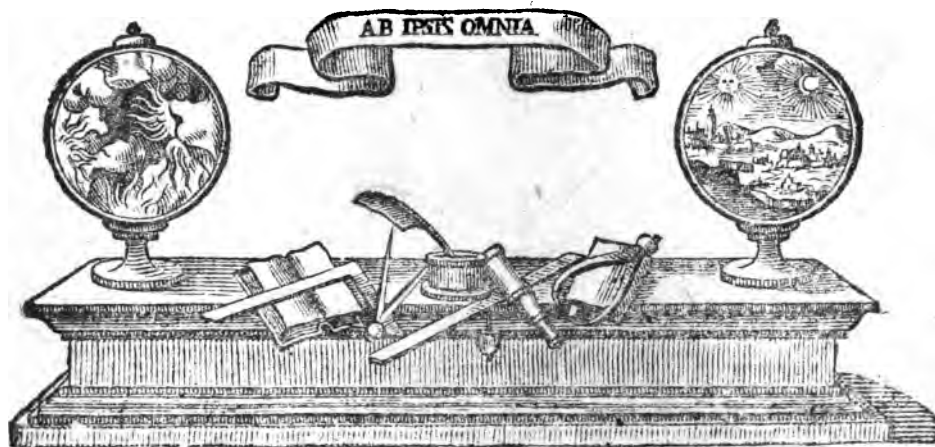
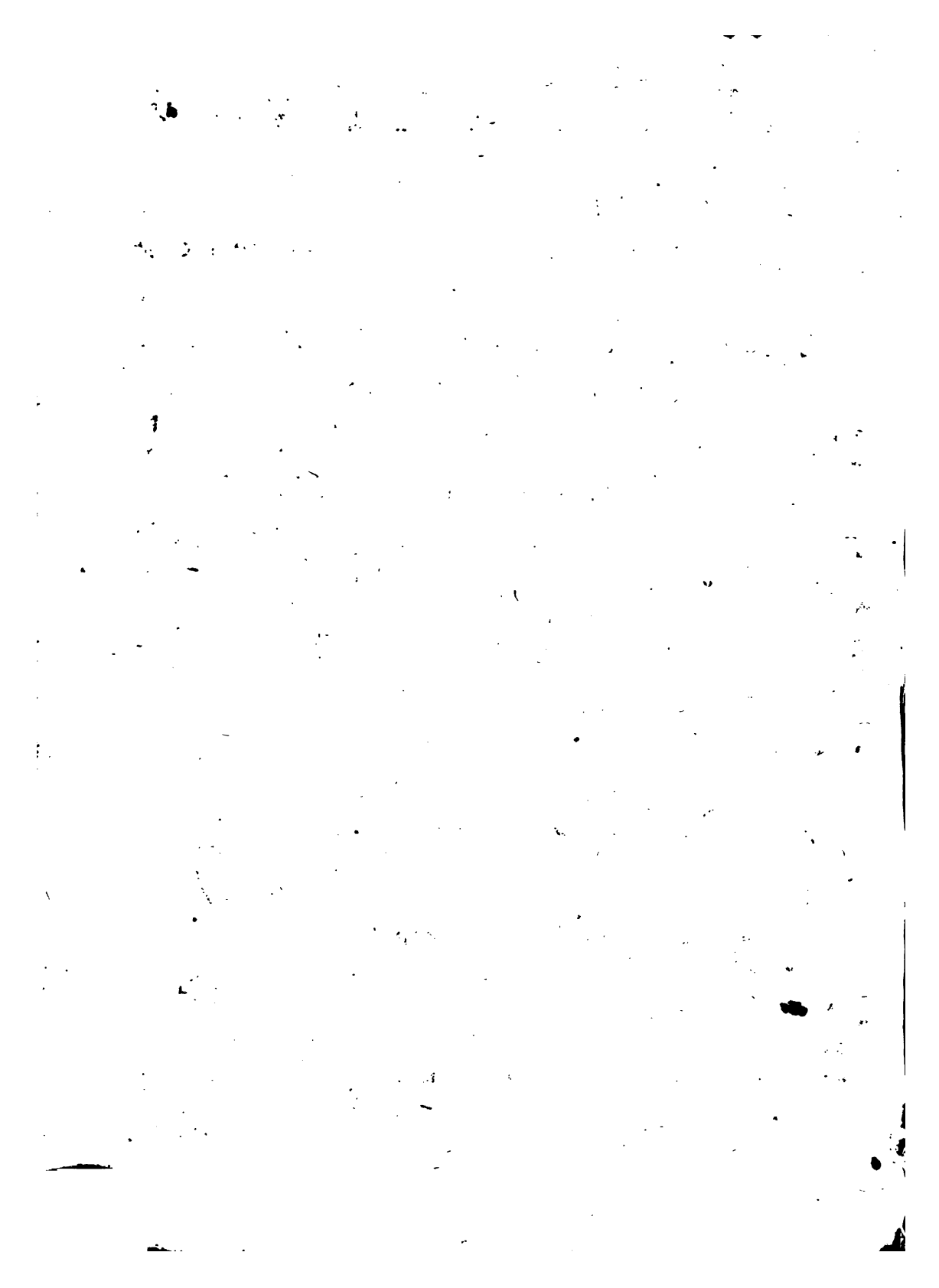
DELLA COMPAGNIA DI GIESV',

Dando le ragioni, & apportando le dimostrationi di tutte le operationi nella Fabrica, e nell'Vso.

OPERA VTILE

Non solo à Geometri, Agrimensori, Architetti ciuili, e militari, Pittori, Scoltori, & à tutti quelli, che vsano del Dissegno, mà anche à Bombardieri, Sergenti di Battaglia, Mercanti, & altri, per molte operationi Aritmetiche, fatte con grandissima facilità,

Accresciuta notabilmente in questa seconda Editione dal medesimo Autore.

AB IPSIS OMNIA

IN BOLOGNA, Per Giosesso Longhi 1685. *Con lic. de' Superiori.*

Franciſcus Bellhomus Societatis Ieſu in Prouincia Veneta Præpoſitus Prouincialis.

O*Puſculum, cui titulus eſt*, Fabrica, & Vſo del Compaſſo di Proportione, &c. *à P. Paulo Caſato Societatis noſtræ compoſitum, tres viri graues, ac docti eiuſdem noſtræ Societatis perlegerunt, & in lucem edi poſſe iudicarunt. Quare facultate mihi conceſſa ab Adm. Reuer. P. Ioanne Paulo Oliua Vicario Generali poteſtatem facio, vt imprimatur, ſi alijs, ad quos ſpectat, ita viſum fuerit. Bononiæ die 26. Octobris 1662.*

Franciſcus Bellhomus.

Locus ✠ Sigilli.

V. D. Fulgentius Orighetus Rector Pœnitentiariæ, pro Illustrissimo, & Reuerendissimo D. Iosepho Musotto Vicario Capitulari.

Reimprimatur.

Fr. Vincentius Vbaldinus Vicarius Generalis S. Officij Bonon. Ordinis Prædicat.

TA.

TAVOLA

De' Capi contenuti in questo Trattato.

torno

Quest. 8.

Quest. 5.

DEL-

DELLA FABRICA, ET VSO

Del Compasso di Proportione.

IO non pretendo di scriuere cosa nuoua, mà impiegarmi in materia vtile. Ciò che dell'Organo si dice esser' vn Compendio de gli Stromenti Musicali à cagione della moltiplicità, e varia combinatione de' registri, che contiene, parmi possa vgualmente dirsi del Compasso di Proportione, cioè, che sia vn Compendio di molti stromenti Geometrici inuentati per la facilità di molte operationi, poiche contiene varietà di linee diuersamente diuise, e seruendo variamente conforme alla diuersa apertura di detto Compasso, comprende vna grand' vniuersalità d'operationi. Mà alcuni si trouano prouisti di simile Stromento fabricato con grand'accuratezza, e politezza in Francia, ò in Fiandra, à quali però non serue più che vna bella pittura nella lor galeria, il cui vso finisce, con esser' attentamente rimirata: essendoche nè conoscono le linee, che vi sono notate, se non forsi quanto dalle parole aggiunte à ciascuna

cuna linea intendono qualche cosa, nè sanno seruirsi del detto Stromento. Altri poi sono, che veramente sariano capaci di seruirsene con loro grand'vtilità, e piacere; mà la difficoltà di far venire da paesi stranieri lo Stromento, e l'ignoranza de' nostri Artefici Italiani, quali (per altro capaci di farlo molto essattamente) non sanno fabricarlo, è cagione, che manchino di tal commodità. Quindi è, che à gl'vni, & à gl'altri desiderando di far cosa vtile, acciò e chi l'hà sappia seruirsene, e chi ne manca possa facilmente prouedersene, mi son risoluto in primo luogo di mostrar il modo, con cui habbiano à diuidersi le linee, che in questo Stromento s'hanno à descriuere; le quali diuisioni, ò si potranno fare da gli stessi Artefici, ò chi non si fidasse della lor diligenza, potrà farle egli stesso, doppo che dall'Artefice fatto sarà tutto il materiale dello Stromento; nel che non si troua tale difficoltà, che non possa con poco trauaglio trouarsi Artefice, che lo faccia. Dipoi alla descrittione di ciascuna linea soggiungo in alcune questioni l'vso dello Stromento con tal linea. Dalle quali questioni ciascuno col suo ingegno potrà trouarne dell'altre, & ampliare l'vso dello Stromento; poiche io pretendo di scriuere breuemente insieme, e mostrare la strada à quei, che non la sanno.

Da ciò si vede per qual cagione io habbia scritto in forma semplice, & in lingua Italiana: essendo che così era conueniente di fare à chi voleua esser'inteso dalli nostri Artefici Italiani: Oltre che essendo molti, i quali non hanno l'vso della lingua Latina così famigliare, e pure affettionandosi alle cose Mattematiche, spenderiano vtilmente molto tempo, che loro sfugge otiosamente, hò desiderato di far loro in ciò cosa grata, mentre non sono ritirati dalla lettione di questa Operetta dalla qualità dell'Idioma.

E se

E se ad alcuno paresse superflua questa mia fatica; essendo che di questo Stromento è stato scritto da altri; sappia, che tal'obiettione à me ancora è venuta in mente prima di mettermi à scriuere questi fogli; e quello che più mi ritraeua, era il dubbio probabilissimo d'incontrarmi à dire molte cose dette da altri, e soggiacer'alla riprensione d'hauer copiato. Mà finalmente mi son lasciato vincere dal desiderio non di mia lode, mà dell'altrui vtilità; tenendo per certo, che sì come non ostante sia stato scritto da altri di questa Mareria, ad ogni modo io non hò hauuto forruna di vedere mai alcun'Autore, fuorche il Galilei, di cui nel 1642. ventidue anni prima di scriuere quest'Operetta, nella Libreria nostra del Collegio Romano mi capitò vn picciolo libretto di questa Materia, da me allhora poco inteso; così à molti altri poteua accadere simile disgratia, che non capitasse loro alle mani alcuno di que' buoni Autori; e perciò capitando loro questa mia Operetta, ne potranno trarre qualche vtilità. Oltre che vediamo da tanti Huomini saggi essersi spiegati gli medesimi sei primi libri d'Euclide, e pur niuno si stima inutile, portandosi con ciò qualche maggior facilità a' principianti: e così per la stessa cagione hò creduto non esser questa mia fatica superflua, mentre non scriuo per Mattematici prouetti, ma per principianti, e poco esperti nelle cose della Geometria. E per questo per lo più cito le propositioni d'Euclide, con le quali si dimostrano le cose, che vado dicendo.

§ § § §
§ §

CAPO PRIMO.

Che cosa sia il Compasso di Proportione, & in che sia fondato.

IL Compasso di Proportione non è altro, che vno Stromento composto di due regole piane, e diritte di materia solida (ò sia legno, ò ottone, ò argento) nell' vna delle due estremità vnite insieme in modo, che si possino allargar, e stringere sì, che ristrette si combacino, & allargate si stendano à formar vna sola regola diritta. Che se bene non è assolutamente necessario, che possano tanto allargarsi, ò stringersi, ad ogni modo così riuscirà più vtile lo Stromento.

Si chiama *Compasso*, perche il suo vso è con allargarlo, ò stringerlo à somiglianza del Compasso, con cui si descriuono i circoli maggiori, ò minori. Si dice poi *di Proportione*, perche serue à trouar linee nella proportione, che si desidera.

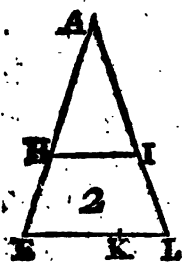
Dal centro dunque, circa di cui si muouono le due regole (il quale conuien che sia accuratissimamente segnato nella superficie dello Stromento, e si troua nell' intersettione delli lati interiori delle due regole, prolongati con linee occulte, e sottilissime, bastando poi segnare visibilmente solamente il punto, che corrisponde al centro) si tira sopra ciascheduna regola vna linea retta, e questa si diuide con la desiderata proportione; auuertendo, che l'vna, e l' altra linea sia vguale, e similmente diuisa. E ciò fatto, s'hà lo Stromento, di cui habbiam bisogno per poter diuidere similmente qualunque altra linea, che non sia maggiore della distanza, che è trà li due estremi punti delle linee descritte sù le regole, quando stanno distese, e fanno vna regola sola.

Siano dunque le due regole AB, AC, congionte nel punto A,

to A, circa di cui, come intorno à centro, si possano girare; e sul piano della regola AB tirisi dal centro A, vna linea retta AE, e similmente sul piano dell'altra regola si tiri dall'istesso centro la retta vguale all'AE. Se queste due linee AE, AL saranno similmente diuise, qualunque linea, che non sia maggiore della distanza tra E, L, quando sono le due regole distese in vna sola, si potrà similmente diuidere. Come se per essempio AE, & AL sono similmente diuise in H, & I, sia vna linea, che sia la distanza EL; se si pigliarà la distanza HI, e si trasportarà nella linea data, questa sarà diuisa nella stessa proportione, che è diuisa la linea AE in H. E perche le due regole congiunte in A si puonno allargar, e stringere, si vede, che tutte le linee, le quali possono capire trà la minima, e la massima distanza di E, & L, tutte si possono diuidere nella stessa proportione di AE diuisa in H. Dal che si raccoglie, che quanto più lunghe saranno le regole AB, AC, anche maggiore sarà l'vso loro per la diuisione di linee molto maggiori.

Auuertasi però, che, se bene fin' hora non s'è parlato che di diuisione di linea retta, non è, che à quest'vso solamente si ristringa il Compasso di Proportione, di cui parliamo; mà ciò s'è detto per più facile intelligenza de gl'inesperti: poiche più à basso si spiegaranno gl'vsi molto maggiori, che per vna semplice diuisione. Quindi è, che per esser più obuio, e commune l'vso di questo Stromento per le diuisioni, è anche chiamato da molti *Stromento delle Parti*; se ben' il vocabolo di *Compasso*, ò *Stromento di Proportione* pare più proprio, perche comprende più vniuersalmente il fine, à cui serue.

Hor acciò s'intenda fondamentalmente l'vso di questo Stromento, e veggasi, come quelle due distanze EL, & HI hanno

hanno trà di se la proportione di AE, & AH, sia nella seconda figura il triangolo Isoscele AEL, e prendasi AH vguale alla AI, e tirisi la linea HI. E' manifesto, che li due triangoli AEL, AHI sono simili; perche gl'angoli HI, son vguali trà di se (per la 5. del 1.) e ciascuno è la metà del complemento dell' angolo A, à due angoli retti (per la 32. del 1) e per la stessa ragione anche ciascuno de gli angoli E, & L è la metà dello stesso complemento. Dunque l'angolo I è vguale all'angolo L, e l'angolo H vguale all angolo E: dunque li due triangoli AHI, AEL sono equiangoli; dunque (per la 4 del 6.) sono i lati proportionali circa gl'angoli vguali; dunque come AE ad EL, così AH à HI, e permutando come AE ad AH, così EL à HI. Se dunque HI si trasferirà sopra la EL, e sia EK, sarà la EL diuisa in K proportionalmente alla diuisione di AE in H.

E questa è la dimostrazione generale, qualunque sia la proportione, in cui sia diuisa la linea retta tirata sul piano delle regole dello Stromento. E perche varie assai puonno essere le proportioni, nelle quali si può diuidere vna linea, così sopra la stessa faccia della regola dello Stromento si tirano diuerse linee variamente diuise, acciò le stesse due regole vengano à seruirci per tanti Stromenti, quante linee sono tirate in vna delle sudette regole. Sì che tutto l'artificio di questo Stromento consiste in mettere sopra le sue regole quelle proportioni, con cui si può desiderare d'hauer altre linee in proportioni simili; ancorche quelle linee non fossero commensurabili alle linee descritte nello Stromento.

Da quel che s'è detto è manifesto, che li due triangoli AEL, AHI,

NE
di-
re-
ci-
ffo
of-
mé
alli
en-
nte

cā
po-
ro,

tra

re

ine
e si
E,
e si
hel

aan
da f

e l'a
A H
i la
ad l
EL
rà l
AE
E
por
reg
pro
la ft
line
fetu
dell
me
tion
tion
bili

AHI, deuono essere nell'istesso piano; onde se la linea AB fosse sopra vna superficie incuruata, non procederebbe la dimostrazione: Perciò si vede, quanto sia necessario, che le regole siano così ben'aggiustate, e sode, che ne in se stesse facilmente s'incuruino, & anche allargate si conseruino nell'istesso piano. Deuono poi essere ciascuna tanto larghe, che vi possa capire tutta la moltitudine delle linee, che vi si vorranno tirare, senza confusione, & in modo, che li numeri notati alli punti delle diuisioni si possano commodamẽte osseruare senza pericolo d'errore, con prender il numero corrispondente ad vn punto per vn'altro.

Auuertasi esser necessario nell'operationi prendere col Compasso accuratamente la lunghezza delle linee, e perciò conuiene, che le sue punte siano ben'acute: e se tali non fossero, si potranno alle gambe del Compasso con sottili cordicelle da liuto legare strettamente due aghi da cucire, le cui punte sono sottilissime, & acute, quanto basta ad ogni più accurata operatione.

CAPO SECONDO.

Come si diuida il Compasso di Proportione per le semplici lunghezze di linee Rette, & vso di questa linea Aritmetica.

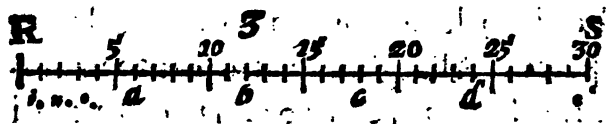
IL primo, e più facile vso di questo Strumento è in ordine alle semplici lunghezze di linee Rette, perciò da queste si comincia. Si tirano dunque dal centro A due linee rette AE, AL, e queste si diuidono nelle più minute parti vguali, che si può, salua la distintione necessaria, per non confondersi nel numerarle, & hauuto risguardo alla lunghezza delle regole. E quì fà di mestieri apportarui tutta la diligenza, per potere dipoi

dipoi seruirsene con sicurezza. Communemente si diuide in cento parti, sì perche questa è diuisione sofficiente, sì perche dentro questo numero si trouano quelle proportioni, che communemente sono vsuali, potendosi massime tutte ridurre à ragione di centesime, per le operationi Mecaniche, alle quali seruono gli Stromenti. Mà se lo Stromento fosse assai lungo, si potrà diuidere in 150. ouero in 200. particelle. E perche questa linea è talmente diuisa, che le distanze dal centro A vanno sempre crescendo con vgual differenza, come le progressioni Aritmetiche hanno vguali gl'incrementi, ò decrementi de'suoi termini, perciò questa linea diuisa in particelle vguali, con ragione si può chiamare linea Aritmetica.

Diuidasi dunque la linea AE (e le diuisioni fatte in questa si trasportino nella AL) con vn ben'acuto, e sodo compasso in due parti vguali; e ciascuna sarà di 50. particelle centesime, onde al punto della diuisione si noti il numero 50. Dipoi tutta la linea AE si diuida in cinque parti vguali, e ciascuna sarà di 20. particelle: onde doueranno segnarsi con li numeri 20. 40. 60. 80. Così hauutasi la distanza trà 40. e 50. s'hà la decima parte di tutta la linea AE, e con questa cominciando da A si segnano di dieci in dieci: con che anche si proua, se le prime diuisioni furono accuratamente fatte. Similmente se vna di queste decime si diuide per metà (ouero se ne piglino trè decime, e si diuidano per metà) s'hauranno le diuisioni di cinque in cinque, e la linea AE sarà diuisa in 20. parti vguali. E sì come le decime furono notate col numero, & vna lineetta trasuersale, così la metà delle decine si nota con vna sola lineetta più piccola, acciò subito si possa conoscere, e numerare le particelle, le altre poi si segnano con

soli

ſoli punti. Finalmente ciaſcuna di queſte parti venteſime ſi diuide in cinque particelle vguali, e ſarà tutta la linea AE diuiſa in cento particelle vguali.

E perche forſi il diuider' vna di quelle parti venteſime in cinque particelle vguali riuſcirebbe aſſai difficile, piglisi da A ſin a 30. e ſia la linea RS diuiſa in ſei di quelle parti venteſime. Tutta la RS ſi diuida in cinque parti vguali, il che ſi farà applicando la RS all'interuallo 100. 100. come più à baſſo ſi dirà, e l'interuallo 20. 20. s'applichi alla linea RS in *a*, *b*, *c*, *d*; poiche la diſtanza tra il numero 5. & il punto *a*, ſarà appunto la quinta parte di tutta quella venteſima della linea AE: Il che è manifeſto, perche RS è particelle 30; R*a*, che è quinto di RS, è particelle 6; dunque la diſtanza di 5, & *a*, è la trenteſima di tutta la RS, e così la centeſima di AE.

Ora per prouare ſe ſia giuſta la diuiſione, ſi prenda R*a*, e ſe replicata cade nel 60. ella è giuſta, e ſegnarà tutti li punti numerati dal 6. Così preſa 5 *b* ſi replichi, e ſe è giuſta, cominciando da A centro, caderà nel 70. & in tutti li numeri moltiplici di 7. Così 10 *c*, darà 8, & i ſuoi moltiplici, cadendo preciſamente in 80: e così anche 15 *d*, darà 9. & i ſuoi moltiplici, cadendo nel 90. Et in queſta maniera traportando li ſudetti interualli non ſolo dalli punti delle decime, mà anche dalle loro metà, come da 5. 15. 25. &c. ſi verranno à ſegnar tutti i punti della linea AE con molta aggiuſtatezza, ò ſe furono già ſegnati, ſi conoſcerà la buona diuiſione.

QVESTIONE PRIMA.

Come si troua la parte determinata in numeri d'vna linea data.

M
N
L
O
R
4
X
N

Sia data la linea MN longhezza della Cortina in vn disegno di qualche Fortezza, e volendosi prendere la difesa dal quinto della Cortina, si cerchi la sua quinta parte. Allarghisi lo Stromento in modo, che la distanza 100. 100. sia la MN: poi essendo 20. la quinta parte di 100. si pigli la distanza 20. 20, ritenendo la stessa apertura dello stromento, e questa sarà la MO quinta parte cercata di MN. Mà se la linea fosse tale, che la parte cercata fosse molto piccola, si prenda l'interuallo del resto: come nella figura antecedente; se della linea RS si desidera la parte trentesima, s'applichi RS all' interuallo 30. 30. & à quell'apertura si prenda l'interuallo 29. 29. & il Compasso tagliando 29 parti della linea RS, lascierà vna trentesima. Preso dipoi l'interuallo 28. 28. e questo applicato alla linea RS, lascierà due trentesime, e così di mano in mano. Se bene fatta la prima operatione, se l'interuallo S*i* è di parti 29, vguale à questo sia R*e*, similmente di parti 29: la distanza *ie* è di particelle 28: questa dunque applicata da S, darà S*u* parti 28: così *ue* sarà parti 27. e perciò questa applicata da S, darà S*o* di parti 27; e così dell'altre.

Che

Che se si cercasse tal parte, la quale non fosse precisamente nel numero 100; piglisi vn'altro numero, che habbia tal parte, e sopra di quello si ponga la longhezza MN, e poi il numero, che sarà la parte cercata del numero preso, darà la longhezza cercata. Per cagion d'essempio si desideri della data linea MN vna parte, che sia quattro vndecime. Non si potendo il 100 diuidere giustamente per 11, prendo vn numero qualsiuoglia, che sia numerato dall'11; e sia 88. Apro lo Stromento in modo, che MN sia la distanza di 88; e perche l'vndecima parte di 88 è 8, questo replico quattro volte, e 32 sono quattro vndecime: piglio dunque la distanza 32, 32, & è MR quattro vndecime di MN. Vn'altra maniera di trouar vna parte assai piccola, vedrai nel capo 7, questione 3. nel fine.

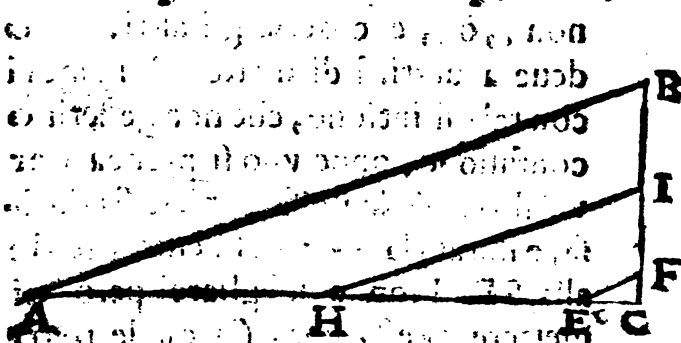
Di quì si vede, che data vna linea maggiore, se ne può trouar vna minore in qualsiuoglia proportione di quelle, che con numeri si ponno esprimere, pigliando dentro à 100 due numeri nella data proportione; & applicata la linea data al maggiore di questi due numeri, il minor numero darà la linea minore cercata. E se per auuentura li due numeri esprimenti la proportione fossero tali, che eccedessero il 100, si riducano à centesime; che per l'operatione Mecanica vi sarà pochissimo sbaglio. Il che si fà (per ricordarlo alli meno prattici) moltiplicando per 100 il Conseguente della Proportione, & diuidendo il prodotto per l'Antecedente; e s'haurà la proportione espressa con due noui termini, il maggior de' quali sarà il 100. & il minore, che si cerca, sarà il Quotiente, che risulta da cotal diuisione. Sia per cagion d'essempio la medesima linea MN, e se ne cerchi vna minore, ò parte di MN in tal proportione, che siano come 3, a 2, , che è quanto dire

to dire come 150 à 108. Moltiplico 108 per 100, & è 10800, questo diuido per 150, e ne viene 72. Applico dunque la linea data al 100. 100, e la distanza 72. 72, mi dà MX, che è quello, che si cercaua. In questo essempio però, perche 150, e 108 sono ambidue pari, basta diuidere ciascuno per metà, e ne' numeri 75, e 54 s'esprime la stessa proportione; onde applicando MN à 75. 75. la distanza 54. 54 darà l'istessa MX.

Mà se la linea data fosse così lunga, che ò non hauessimo Compasso così grande, che bastasse à prenderla tutta, per applicarla al nostro Stromento, ò lo Stromento fosse così picciolo, che allargato non potesse capire tutta la linea data; Allhora vna cotal linea si diuida per mezo, e se ancora riuscisse troppo lunga, la metà si diuida di nuouo per mezo, e s'haurà la quarta parte, e questa quarta parte s'applichi allo Stromento, come s'ella fosse la linea proposta, e si cerchi la parte determinata come sopra; e poi questa replicata tante volte, in quante parti è stata diuisa la linea data, sarà la parte, che si desidera; onde se solo si diuise in due questa parte trouata, si raddoppia, e se quella fù diuisa in quattro, questa si replica quattro volte, perche le parti con'i moltiplici han la stessa proportione (per la 15. del 5.) Così figurandoci vna linea lunga 300 determinate particelle, si prende la sua quarta parte, che sia 75. e s'applichi allo Stromento 75. 75, e se si vogliono due terzi di tutta la data linea (che sono 200) si prendano li due terzi di 75, che sono 50. e perche la linea tutta fù diuisa in quattro, si replichi questa linea trouata tra 50. 50 quattro volte, e saranno appunto li due terzi della linea data, cioè 200; poiche come 50 à 75, così 200 à 300.

Che se dalla linea data si douesse cauar vna parte denomi-

nata

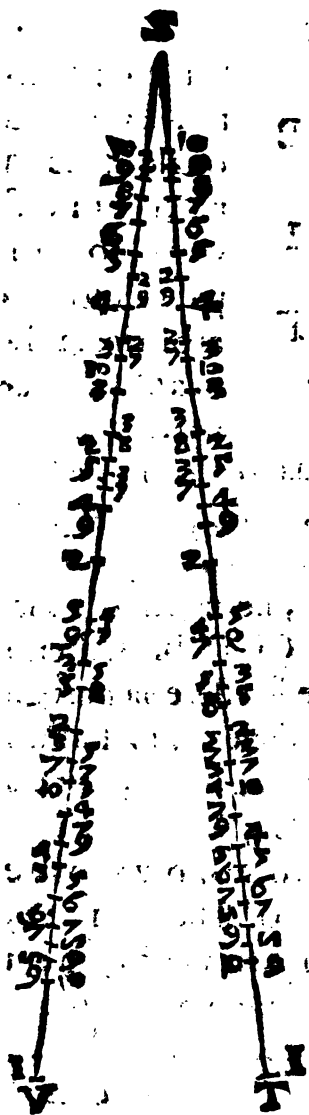
nata da vn numero Primo maggiore del 100, che è il massimo della linea dello Stromento, tirisi vn'altra linea arbitraria, che faccia angolo con la linea data; & in quella prendasi separatamente l'eccesso sopra il 100, e poi il 100, con hauer data allo Stromento quell'apertura, che più piacerà. Dipoi congionti gli estremi con vna linea, si tiri à questa dall'estremo della prima diuisione vna parallela; & si hauerà l'intento.

Sia data la linea BC della quale diuisa in parti 111, si vogliano 11 parti. Tirisi ad arbitrio la linea CA; & aperto arbitrariamente lo Stromento, prendasi l'interuallo 11. 11, e sia CE: indi la distanza 100. 100, e sia EA. Dunque CA è di parti 111. Congiongasi AB, & à questa linea si tiri parallela la EF; e così delle 111 parti di tutta la BC, ne saranno 11 la parte CF: poiche come CE à CA, così CF à CB. L'istesso s'intenda, se l'eccesso sopra 100 non douesse essere la parte cercata; mà per esempio si volessero 58 delle 111. Fatta CA di 111, prendasi in essa CH 58 parti come sopra, e tirata la parallela HI, si hauerà l'intento, cioè IC 58.

Mà forsi per gli Artefici, che per lo più cercano vna parte aliquota, ò più parti aliquote non maggiori delle decime, tornarà commodo vn'altra sorte di linea Aritmetica, in cui siano notate le parti aliquote sin alle decime; come se si prenda la ST, & in essa si noti la sua metà, il terzo, il quarto, e

così

così di mano in mano sin alla decima; e per maggior commodità dell'operare, parimente, si notino le frattioni non equiualenti ad vn'altra parte aliquota, ò ad vn'altra frattione; e queste frattioni si notino al suo punto con due numeri, cioè col suo Numeratore, e suo Denominatore: Così si deue notare $\frac{3}{5}$; mà non $\frac{6}{10}$, che à quella sono vguali; $\frac{2}{3}$; mà non $\frac{4}{6}$, ò $\frac{6}{9}$, e così de gli altri. Solo deue auuertirsi di mettere li numeri con tal distintione, che non generino confusione, onde vno si prenda per vn'altro. Nella stessa maniera sia diuisa, e notata la SV totalmente vguale alla ST. Non conseglierei però di mettere questa linea (la quale però chiamasi Diuisoria) sopra dello Stromento, in cui deuono mettersi le altre linee, delle quali si dirà più auanti; à fine che li numeri di questa linea non si confondano con quelli d'altre linee vicine; Mà sarei di parere, che si mettesse questa in vno Stromento particolare, massime, che gli Artefici più ordinarij non hanno bisogno di quell'altre linee, e di questa puonno grandemente giouarsi.

L'vso di questa linea è manifesto; perche posta la linea da diuidersi, ò di cui si voglia vna parte determinata, nell'estremità alli punti 1. 1, l'inter-

uallo

uallo corrispondente alla parte cercata subito la darà. Che se la linea data fosse troppo lunga, si tagli per mezo, ò in quattro parti, e con la metà, ò il quarto applicato alli punti 1. 1. si operi come sopra; poiche la parte trouata dourà raddoppiarsi, ò quadruplicarsi per hauere la parte da principio cercata. Così potrebbono i Legnaiuoli in vn gran Compasso di legno, computando le sue punte nella lunghezza, descriuere le sudette parti; perche con detto Compasso presa la lunghezza della linea da diuidersi, subito gl'interualli notati sù le gambe del Compasso lor darebbono la parte cercata.

Potrà anche questa linea Diuisoria seruire à Moltiplicar, e Diuidere qualsiuoglia numero, il cui Moltiplicatore, ò Diuisore sia vn numero in essa notato. L'operatione è fondata sopra la verità nota à gli Aritmetici, che nella moltiplicatione l'Vnità al Moltiplicatore hà la stessa proportione, che il Moltiplicato al Prodotto, e nella Diuisione l'istessa proportione ha il Diuisore all'Vnità, che hà il Diuiso al Quotiente; essendo manifesto, che tante volte l'vnità è contenuta dal Moltiplicatore, ò dal Diuisore, quante volte il Moltiplicato è contenuto dal Prodotto, ò il Quotiente dal Diuiso. Or habbiasi vna Scala di parti minutissime, la quale à molti vsi può seruire, & in essa si prenda con vn Compasso vn numero di particelle corrispondente al numero dato da moltiplicarsi: se il Moltiplicatore è numero intiero, quella grandezza di linea presa col Compasso, si applichi all'interuallo della parte aliquota denominata da tal numero; come se fosse 7, si applichi alli punti 7. 7. Dipoi prendasi nell'estremità l'interuallo 1.1, & applicato alla Scala sodetta, si trouarà nel numero delle particelle espresso il numero Prodotto, essendo che il primo interuallo al secondo, per la costruttione, è come 7 ad 1, cioè,

come

come 1 à 7: dunque le particelle applicate al primo interuallo sono come 1 à 7 in riguardo delle particelle trouate col secondo interuallo, cioè il Moltiplicato al Prodotto. Così douendosi moltiplicar 14 per 7; piglio nella Scala 14 particelle, & allargo lo Stromento tanto, che le possi applicare al 7. 7; quindi prendo l'interuallo 1. 1, & applicatolo alla Scala, trouo parti 98; e tanto si fà moltiplicando 14. per 7.

Mà se il Moltiplicatore fosse vno de' rotti notati sù lo Stromento, deue operarsi differentemente; cioè il numero Moltiplicando si applica alli punti 1. 1; e l'interuallo del rotto dato darà il Prodotto. Così volendo moltiplicar l'istesso 14 per $\frac{6}{7}$, applico il numero dato all'interuallo estremo 1. 1; e l'interuallo $\frac{6}{7}$. $\frac{6}{7}$ darà nella scala 12, che è il numero Prodotto, essendo come l'Vnità à $\frac{6}{7}$, così 14 à 12.

Similmente nella Diuisione prendo nella Scala il numero dato da diuidersi, & allargo lo Stromento sì, che capisca trà l'estremità 1. 1; dipoi all'interuallo corrispondente al numero intiero del Diuisore trouo la linea, che sù la Scala dà il Quotiente. Habbiasi à diuidere 176 per 8: Nella scala prendo 176, e l'applico allo Stromento in 1. 1: all'interuallo 8. 8; trouo tal linea, che sù la Scala mi dà 22: poiche come 1 ad $\frac{1}{8}$, cioè come il Diuisore 8 à 1, così il Diuiso 176 à 22 Quotiente.

Mà se il Diuisore fosse vn Rotto delli notati, à quell'interuallo douria applicarsi il numero Diuiso, perche l'interuallo 1. 1 daria il Quotiente cercato, à cui il diuiso hauerebbe la stessa proportione, che hà il Diuisore all'Vnità. Habbiasi à diuidere 176 per $\frac{2}{3}$: presa dalla Scala la lunghezza di parti 176, l'applico alli punti $\frac{2}{3}$. $\frac{2}{3}$: dipoi l'interuallo 1. 1, traportato sù la Scala darà il Quotiente 264: poiche veramente il

te il Rotto $\frac{2}{3}$ si contiene 264 volte nel numero 176, è come il Diuisore $\frac{2}{3}$ all'vnità, così il Diuiso 176, al Quotiente 264.

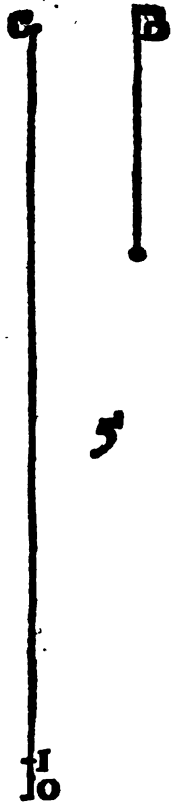
QVESTIONE SECONDA.

Come ad vna linea data si troua vna maggiore nella proportione determinata in numeri.

LI due numeri, co'quali s'esprime la proportione determinata se fossero assai piccioli, si moltiplichino per qualsiuoglia numero tale, che il prodotto dalla moltiplicatione per il maggiore non ecceda 100. Poi si piglino questi due prodotti come Antecedente, e Conseguente della Proportione, e la linea data s'applichi nello Stromento al numero minore, poiche il numero maggiore darà la lunghezza della linea cercata. Sia la figura prima della questione precedente, data la linea H, la quale debba ad vn'altra linea hauer la proportione di 3 à 7. Moltiplico così il 3 come il 7 per 10, e sono 30, e 70. Allargo lo Stromento, & applico la linea H alla distanza 30, 30; e poi ritenendo lo Stromento così allargato, prendo la distanza 70. 70, e sarà la linea MN cercata. In questa maniera se fosse data in dissegno vna fronte humana, quanto è dal mezo doue finiscono le sopraciglia sin alla radice de'capegli, si trouerà la lunghezza della faccia, pigliando vna linea trè volte maggiore. E perche la faccia è la decima parte, come scriue Vitruuio lib. 3. cap. 1. ò come altri vogliono, la nona parte di tutta la giusta statura humana, data la fronte si pigli vna linea, che sia 30, ouero 27 volte maggiore, e si haurà l'altezza del corpo proportionato.

Che se la linea data fosse così grande, che non capisse commodamente nell'apertura dello Stromento, operisi come s'è detto nel fine della questione precedente; cioè piglisi vna sua parte aliquota, e con essa s'operi al modo detto; poiche questa linea trouata, e replicata tante volte, in quante parti la linea data fù diuisa, sarà appunto la linea cercata.

Se finalmente la proportione fosse determinata in numeri ambidue maggiori di 100, riducasi à denominatione di centesime, facendo come il Conseguente maggiore all'Antecedente minore nella Proportione data, così 100 ad vn'altro numero, e con questi due vltimi s'operi, applicando la linea data al numero minore trouato, e la distanza 100. 100, darà la linea cercata. Mà se de' numeri esprimenti la proportione, sol'il maggiore eccedesse 100, basterà, applicata la linea data al numero minore, pigliare per la linea cercata prima la distanza 100. 100, poi la distanza del resto del numero, e di queste due distanze farne vna sola linea.

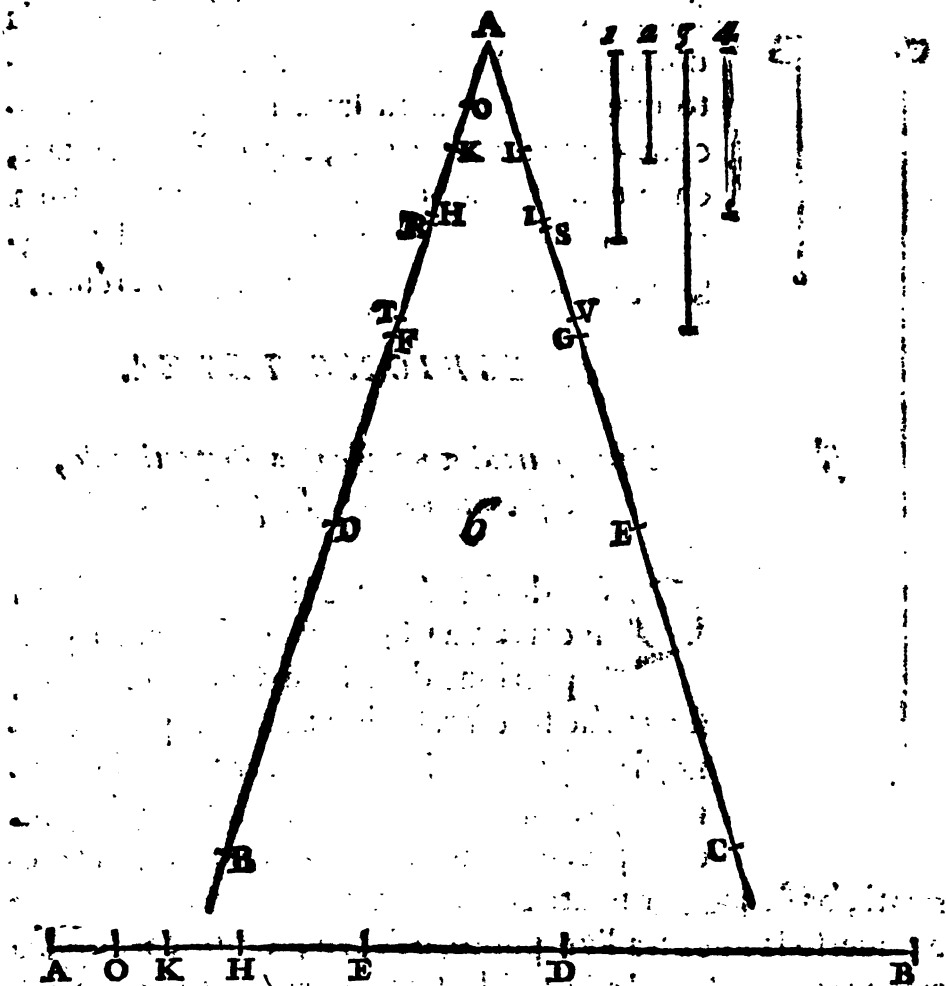
Così per essempio habbiamo dato il Semidiametro d'vn cerchio, e vogliamo vna linea retta prossimamente vguale alla Semicirconferenza. Sappiamo per la Dottrina d'Archimede, che la Circonferenza al Diametro (l'istesso è delle loro metà) è minore, che la tripla è dieci settantesime, mà maggiore, che la tripla è dieci settantunesime. Sì che la prima proportione di 7 à 22, la seconda di 71 à 223. Sia dunque il semidiametro dato la linea B, la quale applicata al 7. 7, ouero 14. 14, darà nelli 22. 22, ouero 44. 44, la linea C vn poco maggiore della vera Semicirconferenza. Per hauer poi l'altra proportione applichisi la linea B alli 71. 71, e poi per li 223, piglisi due volte 100. 100, e poi 23. 23. e sarà vna linea di 223 particelle, delle quali B ne hà 71, così poco differente

ferente dalla linea C, che riuſcirà inſenſibile la differenza. Mà ſe la linea B foſſe ſtata molto maggiore, allhora ſaria riuſcita queſta ſeconda linea minore di C, con differenza tale, che per hauer la Semicirconferenza proſſima alla vera, ſi douria à queſta minore di C aggiungere la metà della accennata differenza.

QVESTIONE TERZA.

Come ſi troui vna Quarta Proportionale, e ſi continui vna Proportione.

QVando ſon date trè linee, & alla Terza ſi cerca vna Quarta, che ſia nella proportione della Prima alla Seconda, ſenza che ſia eſpreſſa in numeri la proportione, ſi traſporta la Prima dal centro dello Stromento A ſopra l'vno, e l'altro lato; e ſe non cade preciſamente ſopra alcuno de' punti ſegnati, baſta leggiermente con la punta del Compaſſo tagliar à trauerſo la linea tra l'vn punto, e l'altro, tanto che ſi poſſa riconoſcere. Poi ſ'allarghi lo Stromento tanto, che trà li due punti già ſegnati con la punta del Compaſſo capiſca la Seconda delle linee date. Finalmente la Terza ſi traſporti ſimilmente dal centro A ſopra l'vno, e l'altro lato, e ſi ſegni il ſuo termine; poiche la diſtanza trà queſti due punti vltimamente ſegnati è la Quarta Proportionale, che ſi cerca.

Siano date trè linee 1. 2. 3. e ſi cerchi la Quarta nella proportione della prima alla Seconda. Traſporto la Prima ſo-

pra l'vno, e l'altro lato dello Stromento dal centro A, e se-
gno le linee laterali nelli punti R, S: Dipoi lo Stromento
tanto s'allarga, che la Seconda capisca nella distanza RS. Il
che fatto applico la Terza sù l'vno, e l'altro lato, e segnati li
punti T, V, prendo la distanza T, V, & è la Quarta propor-
tionale cercata. La dimostrazione è manifesta dalla secon-
da figura.

Di quì

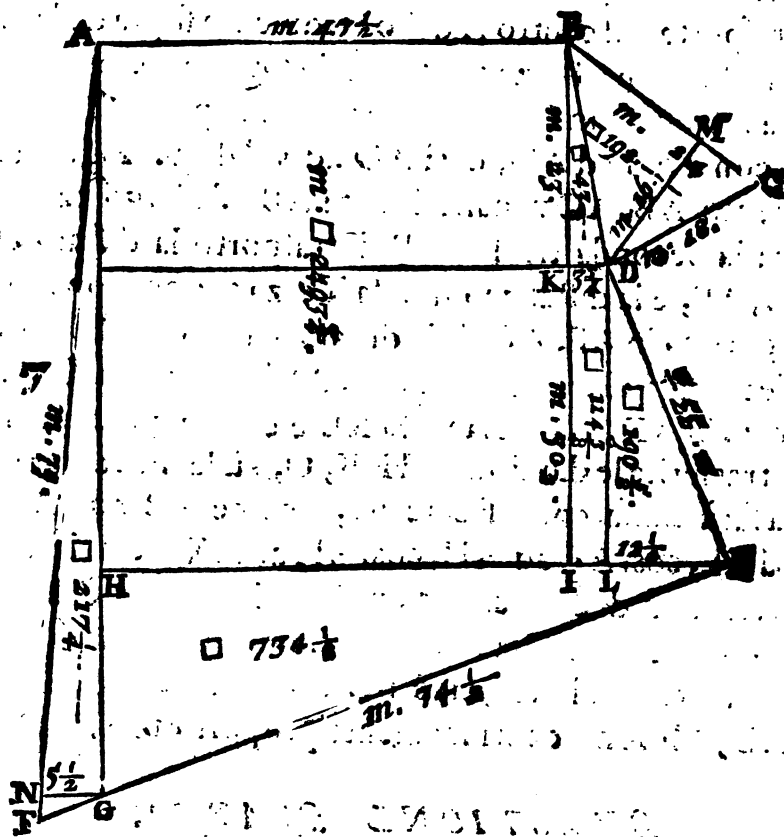
Di qui apparisce, come date due linee si possa trouar la Terza in Proportione continua, e così di mano in mano: essendo che di trè continuamente proportionali, la Seconda hà ragione di Conseguente, e d Antecedente; e perciò la distanza si trasporta dal centro A dello Stromento sopra de'lati, come s'ella fosse vna Terza per trouar la Quarta Così sia data la linea AB diuisa in D, e si debba tagliar in proportione continua, come AB ad AD, così AD ad vn'altra. Piglio sù lo Stromento AB, AC vguali alla data AB; l'allargo tanto che capisca la Seconda trà BC. Poi trasporto la distanza BC in AD, AE, e la distanza DE è la Terza proportionale; quale trasportata in AF, AG dà la distanza FG Quarta proportionale: Così FG trasferita in AH, AI dà la Quinta HI; & HI applicata in AK, AL dà la Sesta KL; e così di mano in mano. Onde trasferite le diuisioni F, H, K, O, sù la linea data AB, questa sarà diuisa, come si cercaua, e come AB ad AD, così AD ad AF, così AF ad AH, così AH ad AK, & AK ad AO.

La ragione di ciò è chiara, per quello, che s'è mostrato nel cap. 1. essendo come AB à BC (intendansi tirate le linee BC, DE, &c.) così AD, cioè BC à DE cioè AF; dunque AB, AD, AF sono continuamente proportionali.

QVESTIONE QVARTA.

Come lo Stromento serua di Scala vniuersale per qualsiuoglia dissegno.

SI trouano alle volte dissegni già fatti, ne v'è aggiunta la Scala per poter ridurre tutte le linee ad vna misura Homogenea: altre volte s'hà à far qualche dissegno, & il douer à cia-

à ciascuno far la sua Scala particolare, è fatica assai noiosa; perciò lo Stromento di Proportione seruirà di Scala vniuersale, ò siano fatti li dissegni, ò da farsi.

Primieramente, sia data la Campagna dissegnata ne'suoi termini A B C D E F, di cui si desidera sapere la grandezza. Se vno de' lati è conosciuto in misura, s'applichi quella linea al numero corrispondente nello Stromento. Come se il lato AF si sapesse essere passi 79. la lunghezza AF s'applichi à 79. 79, e l'altre linee tutte applicate allo Stromento, ritenuta la

primiera

primiera appertura mostreranno di quanti passi siano; & operando conforme alli precetti della Geodesia, si verrà à trouare la grandezza di tutta la Campagna. Et acciò chi non è prattico, possa quì apprendere la forma, piacemi di mostrare, come si tirino le linee per cauarne poi la grandezza dell'area.

Dal punto A alla linea A B tirisi la perpendicolare AG; poscia dall'angolo più basso E, si tira la EH perpendicolare alla AG; che perciò EH vien ad esser parallela alla AB (per la 28. del primo) è doppo questo dall angolo più interno, che quì è B si tira la linea BI parallela alla AH: onde si hà il parallelogrammo A I.

Doppo questo dall'angolo D si tirino due linee DK, DL perpendicolari alle linee BI, & EI, sopra le quali cadono; e si hà il piccolo Rettangolo KL. E perche resta il Trapezio BK DC, tirisi la linea DB, che lo diuide in due Triangoli. Si che dall'area cauati li parallelogrammi, restano li Triangoli: Ne' quali se non v'è angolo Retto, tirisi da vn'angolo al lato opposto vna perpendicolare. Così li Triangoli BKD, DLE, EHG per esser rettangoli, non han bisogno d'altra perpendicolare; come ne' Triangoli, AGF, BCD, fà di mestieri tirare le perpendicolari GN, DM.

Ora se vno de' lati è conosciuto, come AF passi 79. aperto lo Stromento in modo, che trà 79, e 79 capisca la linea AF, ritengasi la stessa apertura, & applicando ciascuna linea si trouerà la sua grandezza. Mà per non prendersi fatica souerchia, basta nelli parallelogrammi prendere la misura de' due lati, che fanno l'angolo Retto; e questi moltiplicati insieme danno l'area de' sudetti parallelogrammi. Nelli Triangoli poi si piglia la misura della perpendicolare, e della base, sopra

di cui

di cui ella cade; è moltiplicata la Perpendicolare per la metà della base, s'hà l'area del triangolo (per la 41. del 1.) E ridotte in vna somma tutte queste aree, danno tutta l'area della Campagna dissegnata.

Quindi si caua, che se il dato dissegno fosse Topografia di paese non tanto grande, che sensibilmente s'allontanasse dall'esser piano, con ogni facilità si potrà conoscere la distanza d'vn luogo dall'altro, purche vna qualche distanza sia nota, seruendo questa per dar vna determinata apertura allo Stromento: come facilmente si raccoglie da ciò, che s'è detto sin'hora.

Mà per traportar vn disegno di grande in piccolo, ò di piccolo in grande, non è di mestieri dir altra cosa più particolare, poiche ciò è manifesto da ciò che si è detto nella questione antecedente, non essendo questo altra cosa, che trouare la Quarta proportionale.

QVESTIONE QVINTA.

Date due linee trouare la loro proportione in numeri.

E' Vero, che non tutte le linee sono trà di loro commensurabili, ne hanno la proportione, che si possa esprimere con numeri, come è manifesto dalla Geometria, e dal libro Decimo d'Euclide; ad ogni modo per le operationi Mecaniche, alle volte ci basta sapere, quali siano que' numeri, che più da vicino esprimono la proportione, ò almeno li termini (per dir così) estrinseci della proportione, cioè quelli, che sono immediatamente maggiori, & immediatamente minori del douere; tra' quali prendendosi il mezo Aritmetico

si hà

si hà quel che si cerca, per quanto si può hauere Fisicamente.

C B

Ora per operare più speditamente in questa occasione, sarà bene hauer due Compassi, co'quali si prenda isquisitamente la lunghezza (ò se fossero troppo lunghe, la metà, ò altra parte aliquota) di ciascuna delle date linee, acciò variandosi l'apertura dello Stromento, si ritenga sempre nelli due Compassi aperti la stessa lunghezza delle linee date da potersi applicar allo Stromento.

Siano dunque date le due linee C, B, la cui proportione in numeri si cerca. Prendasi con vn Compasso accuratamente la lunghezza di C, e con l'altro Compasso quella di B, dipoi s'applichi la lunghezza di C al 100, 100, e con la lunghezza di B si vegga sopra qual numero dello Stromento aperto ella cada, e sia per cagion d'essempio su'l 32, 32; e diremo, che C à B hà la proportione di 100 à 32. Mà se la lunghezza di B fosse minore della distanza 32, 32, e maggiore della distanza 31, 31, diremo, che la proportione di 100 à 31 è maggior della vera, e quella di 100 à 32 è minor della vera: onde essendo la differenza d'vna sola centesima parte di C, basterà per l'ordinario prendere la B per 31 ½.

Auanti però che si venga à questo di prendere li termini estrinseci della proportione, cioè il maggiore, & il minore, conuien tentare in altri numeri, massime di quelli, che si chiamano *Primi*, cioè che non hanno altro numero, che li misuri,

 & appli-

& applicata ad essi la lunghezza di C, vedere se la lunghezza di B si possa applicare precisamente ad alcun numero dello Stromento, ò al contrario applicata la B ad alcun numero Primo, vedere se la C si possa applicare à qualche numero precisamente nello Stromento. Quando dunque si troua inutile ogni pruoua per hauer il numero precisamente, allhora conuien oprare come di sopra, prendendo il maggior, & il minore. Et in tal caso è meglio applicar la C al massimo numero dello Stromento, cioè al 100, più tosto, che ad altro numero più piccolo, perche essendo la differenza de' due termini trouati d'vna sola centesima, sempre più s'accosterà al vero, che se si venisse ad adoprar vna differenza denominata da vn numero minore di 100, essendo à tutti manifesto, che è minor vna centesima parte, che vna nouantesima settima del tutto.

Mà per operar ancora più precisamente in casi simili, doue non si possano hauere li numeri precisi, meglio sarà trouare la differenza d'vna parte centesima della linea minore B, perche questa è minor differenza, che vna centesima della maggiore C, perche le parti hanno la proportione de' Moltiplici, e de gl'Intieri (per la 15, del 5.) e così c'accostaremo più al vero. Tale dunque sarà l'aperatione. La linea minore B, s'applichi nello Stromento al 100. Poi la stessa B si caui dalla maggiore C, quante volte si può, e siano per essempio trè volte; si che resta vna parte della C, minore della data B; e sia questo restante I O. Onde di quali parti 100 è B, di tali 300 è CI. Presa dunque col Compasso la I O, & applicata allo Stromento, trouo che è maggiore, che la distanza 14, 14 è minore che trà 15. 15. Sì che dico, che B à C, hà la proportione maggiore di 100 à 315, e minore di 100 à 314; poiche

la

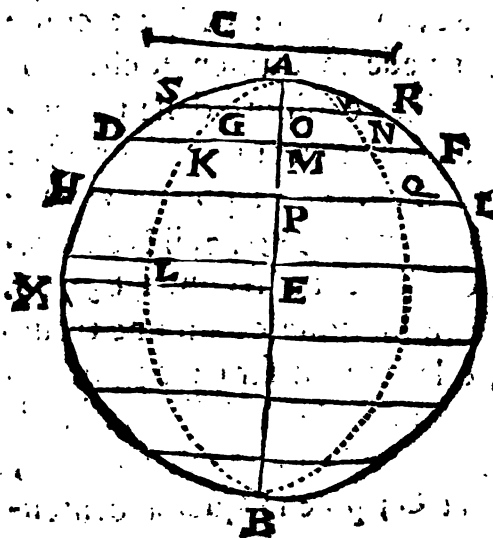
la linea C è minore di 315, e maggiore di 314. E per il contrario C à B hà la proportione minore di 315 à 100, e maggiore di 314 à 100, come è manifesto dalla 26. de l 5.

Ora se si farà come 315 à 100, così 100 à 31 $\frac{235}{315}$; e come 314 à 100, così 100 à 31 $\frac{266}{314}$; si vede chiaramente, che habbiamo li due Conseguenti maggior, e minore della proportione in termini più vicini trà di se, che non erano prima 31, e 32, mettendo la linea maggiore C per 100: poiche ridotte le due frattioni allo stesso Denominatore 98910, il Numeratore della prima sarà 73790, quello della seconda 83790. E ridotti tutti gl'Intieri alla denominatione commune trouata, sarà la linea C 9891000, e la linea B sarà maggiore di 3140000, e minore di 3150000; onde la differenza è di 10000 particelle di tutta la C; la qual differenza è minore, che la centesima parte della stessa C; poiche questa centesima è delle particelle di C 98910.

QVESTIONE SESTA.

Dati gli Assi d'vn' Ellipsi, descriuere la sua circonferenza.

SIa data la linea AB Asse maggiore, e la linea C Asse minore d'vn'Ellipsi, e si voglia descriuere l'Ouato, di cui sono Assi. Primieramente per la Quest. 5. antecedente si troui in numeri la loro proportione, e sia per esempio come di 5 à 3. Dipoi circa AB come diametro si descriua vn circolo: e dal punto estremo A si prendano di quà, e di là archi vguali ad arbitrio AS, AR; AD, AF; AH, AI &c. e con linee rette congionti li punti vgualmente distanti dall'estremità

mità A, taglieranno il diametro AB ad angoli retti in O, M, P &c. E così le linee perpendicolari alla AB saranno parallele trà di loro, & ordinatamente applicate così al diametro del circolo, come all' Asse maggiore dell' Ellipsi.

Mettansi dunque ciascuna delle applicate nel circolo ad vn numero della linea Aritmetica, che habbia vn' altro numero, à cui ella sia come 5 à 3, come saria 50, 50; e 30, 30: perche il secondo interuallo 30, 30, darà l'Applicata dell'Ellipsi: Così OR ad OV; MF ad MN; PI à PQ, e così susseguentemente, saranno come 5 à 3, e pigliarassi ad OV vguale OG, & à MN vguale MK &c. perche la linea tirata per li punti Q, N, V, A, G, K, &c. sarà Elliptica.

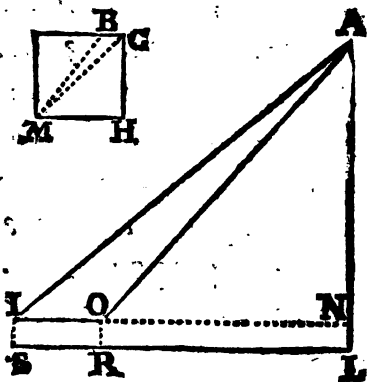
Ciò si demostra, perche nell' Ellipsi i Quadrati delle Applicate hanno la proportione delli rettangoli fatti dalli segmenti del diametro, à cui sono Applicate: e nel circolo i Quadrati delle perpendicolari OR, MF sono vguali alli rettangoli AOB, AMB fatti dalli stessi segmenti: dunque come il Quadrato di OV al Quadrato di MN, così il Quadrato di OR al Quadrato di MF. Dunque per la 22. del 6. come OV ad MN, così OR ad MF, e permutando come OV

ad OR,

ad OR, così MN ad MF; e perche OV ad OR per la co-
ſtruttione ſono come l'Aſſe maggiore AB all'Aſſe minore C,
cioè come le loro metà EX ad EL; dunque il Rettangolo
AEB al Rettangolo AOB è come il Quadrato della metà
dell'Aſſe minore al Quadrato dell'Applicata OV.

QVESTIONE SETTIMA.

Come potiamo ſeruirci dello Stromento di Proportione, in vece delle Tauole Trigonometriche, per la ſolutione di molti Triangoli.

SE bene ciò appariſce aſſai chiaramente da ciò, che s'è detto nella queſtione 4. ad ogni modo per maggior ſpiegatione è bene accennarlo quì più particolarmente. Sia per cagione d'eſſempio vna Torre, la cui altezza, e diſtanza da noi, deſideriamo di conoſcere. Prendaſi vn piano di qualunque ſorte, come ſaria vna tauola, MHC, e ſi ponga in ſito verticale con la Torre, di modo, che la linea retta del ſuo lato MH ſia parallela all'Orizonte: poi collocato l'occhio nel punto M, e riguardando la cima della Torre, ſia il raggio viſuale la linea MB, la quale ſi ſegni. Fatto queſto, ſi ritiri l'oſſeruatore più indietro, in modo però, che nella ſteſſa dirittura ſiano la Torre, & i luoghi delle due oſſeruationi: & in queſto ſecondo luogo di nuouo collocata la tauoletta

MHC

MHC come prima, si noti il raggio visuale MC, il quale necessariamente cade di sotto di BM, douendo l'istessa Torre in sito più lontano apparire sotto angolo minore; e così CMH deue essere minore di BMH: e se tutto ciò sarà fatto accuratamente, habbiamo tutto ciò, che ci fà di mestieri al nostro intento.

Tirisi dunque in vn piano à parte la linea IN indefinita, e dal puuto I si tiri vn'altra linea parimenti indefinita, mà che faccia in I l'angolo vguale all'angolo CMH, che è il minore delli due osseruati. Dipoi nella IN piglisi il punto O arbitrariamente, e si faccia in O vn'altr'angolo vguale all' angolo BMH, che è il maggiore delli due osseruati. Et in tal maniera IO rappresenta la distanza delli due luoghi dell'osseruatione; e le due linee OA, IA, che s'incontrano in A, rappresentano li due raggi visuali, che si terminano nella cima della Torre. E che s'incontrino in A, è manifesto, perche li due angoli AOI, AON son vguali à due retti (per la 13. del lib. 1.) l'angolo AIO è minore dell'angolo AON, per la construttione, dunque li due AIO, AOI son minori di due retti; dunque quelle due linee son conuergenti, e da quella parte s'incontrano; e ciò si fà in A. Se dunque dal punto A, sopra la linea IN parallela all'Orizonte, si tirarà la perpendicolare AN, questa sarà l'altezza della Torre sopra l'altezza dell' occhio dell'osseruatore, la quale ponendosi IS, ò la sua vguale OR, sarà tutta l'altezza della Tore AL, e la sua distanza sarà ON, cioè RL.

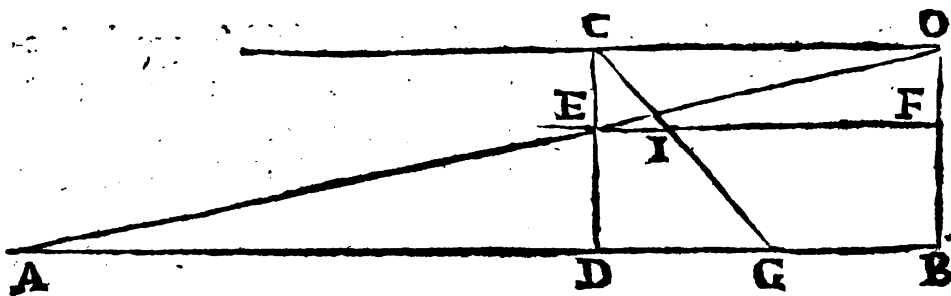
Ora portando sopra dello Stromento la linea IO come 100, trouo per la questione precedente, che AN è 374, & ON 328. Sì che essendo nota la distanza de' due luoghi dell' osseruationi per cagion d'essempio di passi 18, trouo, che se

IO 100 è passi 18, AN 374 è passi 67 $\frac{1}{3}$ prossimamente, & ON 328 è passi 59. Se dunque all'altezza AN passi 67 $\frac{1}{3}$ s'aggionga l'altezza dell'occhio sopra il piano del piede della Torre, per essempio di piedi Romani 6, sarà tutta l'altezza cercata AL di piedi 342 $\frac{2}{3}$, e la distanza cercata ON, ouero RL di piedi 295.

Di qui è manifesto, che dato qualunque triangolo, si può trouare la proportione de' suoi lati; e se vno di questi è conosciuto in misura determinata, si verrà anche in cognitione della quantità de gl'altri due lati nella stessa misura.

QVESTIONE OTTAVA.

Come serua per la Prospettiua lo Stromento.

SIa l'occhio O, il punto della vista C, in distanza di piedi 10 $\frac{1}{2}$; l'altezza dell'occhio OB piedi 6 à cui è vguale DC. AB è l'Orizonte. Non essendoui spatio nel Piano dato per tutte le distanze, così potrassi operare con la sola linea DC, col Compasso di Proportione.

Primo

Primo, Data la distanza dell' oggetto, trouare in qual parallela all' Orizontale caschi.

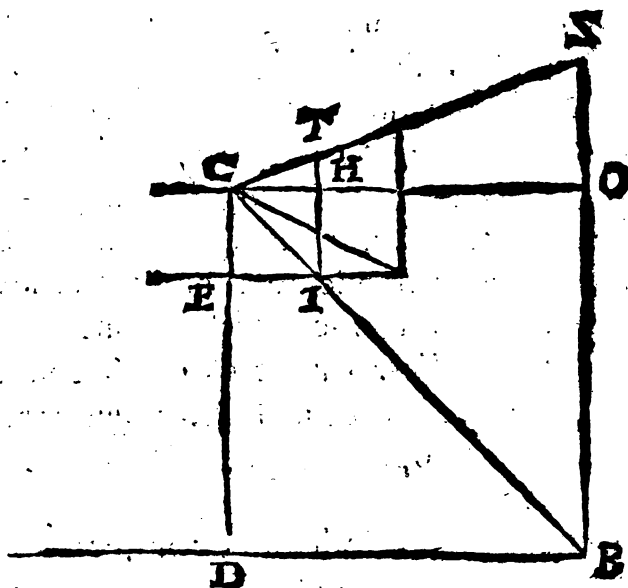
Prendasi DC, e si metta sul Compasso di Proportione al numero corrispondente alla distanza dell' oggetto dall' occhio; e poi al numero corrispondente alla distanza dell'occhio dal Quadro, si trouerà quanto sotto al punto della vista C si debba tirare la cercata parallela. Sia la distanza dell'oggetto BA piedi 28 $\frac{1}{2}$, & OC piedi 10 $\frac{1}{2}$. Metto la DC all'interuallo 57, 57: e preso l'interuallo 21. 21. mi viene CE, per cui si tirarà la parallela EF. La ragione per la somiglianza de' triangoli ADE, OCE è manifesta, perche come AD à OC, così DE à EC, e componendo come AD ✠ OC (cioè AB) à OC, così DC à CE.

Secondo, Data la lontananza dell' oggetto dal piano Verticale, in cui è l' Asse Visuale, trouare il suo luogo nella data distanza.

Prendasi la CE, e si metta al numero dell'altezza dell'occhio sopra l'Orizonte; & al numero della distanza dell'oggetto dal mezzo, si hauerà l'interuallo douuto nella parallela trouata. Sia dunque data la distanza di piedi 5. 3', come saria DG. Perché CD è 6 piedi, intendasi 60'. Dunque CE posta al 60. 60, l'interuallo 53. 53 darà EI. (se CE è troppo piccola, prendasi il triplo, e poi della linea trouata si prenda la terza parte, e sarà la EI). La ragione è, perche come CD à DG, così CE à EI.

Terzo,

Terzo, Dato il luogo nel piano della Perſpettiua, data la diſtanza dell' occhio dal quadro, e data l'altezza perpendicolare del corpo, trouar il punto doue ſi terminarà.

Sia il punto I il luogo nel piano della Perſpettiua: l'altezza data ſia di piedi 15 $\frac{3}{8}$, cioè BS; la diſtanza dell' occhio OC piedi 10 $\frac{5}{2}$. Faciaſi come CO ad SB, così CH, cioè EI data, ad IT. Ora CO ad IB è come 21 à 30 $\frac{3}{4}$; meſſa dunque la EI all' interuallo 21. 21, l'interuallo 30 $\frac{3}{4}$. 30 $\frac{3}{4}$ darà la IT cercata.

Di qua ſi vede quanto facile ſarà trouare le conuerſe di queſte trè propoſitioni. Primo, ſe ſi farà come CE à CD, così OC à BA, s'haurà la diſtanza dell'oggetto. Secondo, ſe come CE à EI, così CD à DS, s'haurà la diſtanza dall'aſſe viſuale. Terzo, ſe come EI à IT, così CO à BS, s'haurà di quanta altezza perpendicolare ſia l'oggetto viſto in IT.

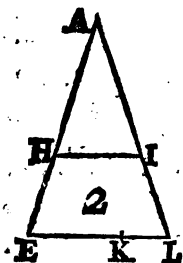
QVESTIONE NONA.

Come potiamo valerci dello Stromento per practicar in Numeri la Regola del Trè, ò Aurea, che vogliamo dire.

QVesta prattica veramente non può riuscire tanto precisa per ragione de' Rotti, mà per gl'Intieri apparisce facilissima, e presta. Si pigli dal centro A dello Stromento con vn Compasso la distanza sin al punto corrispondente al secondo numero delli trè dati (ò per parlare più vniuersalmente, corrispondente al numero, che è il Conseguente trà li dati) & à questa distanza s'allarghi lo Stromento, applicandola al punto corrispondente al numero, che è Primo Antecedente della Proportione: perche all'incontro del punto, che corrisponde al Terzo numero, ò al Secondo Antecedente, si prenderà la distanza nello Stromento; e questa applicata dal Centro A sopra la linea dello Stromento mostrerà il Quarto numero cercato.

Sia per cagion d'essempio, ch'io habbia comprato 54 braccia di panno per 36 zecchini; & vn'amico ne vorrebbe hauere 21 braccia; Quanto hà egli à pagare per sua parte? Piglio col Compasso nello Stromento dal centro sin al punto 36; questa distanza applico al 54. 54. E ritenendo questa apertura piglio la distanza 21.21. Questa traporto dal centro dello Strumento sù la linea, e vedendo che cade sul punto 14, dico al mio amico, toccali per sua parte à pagare 14 zecchini.

La dimostratione di ciò è manifesta, perche se di quali parti 54 è AE, di tali 36 s'è presa EL, dell' istessa misura hauendone

done AH 21; seguirà che HI applicata dal punto A alla linea AE caderà in vn punto, che mostrarà di quante parti ella sia in misura homogenea al termine suo corrispondente, e caderà nel punto 14.

E perche l'essempio posto è della regola diretta, mettiamone vn'altro dell'euersa. Hò vna lastra d'argento lunga piedi $2\frac{1}{2}$, e larga oncie 7: Vorei che l'orefice ne facesse vna della stessa grossezza, mà larga oncie 10; Quanto dourà esser longa? Quì è certo, che il Primo Antecedente deue essere questo numero, che è posto nel terzo luogo, cioè il 10; e la proportione ordinata sarà come 10 à 7, così 30 (poiche piedi $2\frac{1}{2}$ sono oncie 30) ad vn'altro. Presa dal centro la distanza fin al punto 7 la colloco trà 10. 10, e ritenuta la stessa apertura dello Stromento, prendo la distanza trà 30. 30; e questa distanza applicata alla linea dal centro, trouo, che cade nel punto 21; e così dico, che la lunghezza cercata dourà essere di oncie 21. Così d'vno squadrone di soldati, che hà 60 di fronte, e 25 di fianco, volendo metterne 40 di fianco, si cerca, quanti sariano di fronte: la proportione ordinata sarà come 40 à 25, così 60, ad vn'altro, & operando, come s'è detto, si trouarà venire 37 di fronte: vero è che ne auanzeranno 20: e perciò si trouerà che la punta del Compasso caderà tra'l 37, e 38.

Potrebbe occorrere, che li numeri fosser ò troppo grandi, ò troppo piccioli, si che ò non si trouassero per la sua grandezza nella linea segnata dello Stromento, che sol arriua al 100, ò non si potessero commodamente applicar all'apertura dello Stromento per la sua picciolezza. Se fossero troppo gran-

po grandi, conuien diuiderli, e prenderne vna parte aliquota; se fossero troppo piccioli, conuien pigliare li loro multiplici. E perche questo può occorrere in più modi, per distintione più chiara, sarà bene parlar di ciascuno particolarmente.

Primo delli trè numeri dati se solo il Secondo Antecedente della Proportione è maggiore di 100, si prenda la sua metà, ò il terzo, e poi il numero trouato si raddoppij, ò si triplichi, e s'haurà il quarto numero cercato. Per essempo, 24 persone in vn tal tempo consumano 30 sacchi di farina: in tempo vguale 120 persone quanta ne consumeranno? La distanza del centro sin à 30, applicasi trà 24. 24; e perche 120 non si troua nella linea, prendo la sua metà 60, e la distanza 60, 60, applicata alla linea, trouo esser 75; dunque questa raddoppiata, dico richiedersi 150 sacchi di farina per 120 persone.

Secondo, se solo il Primo Antecedente, ò solo il Primo Conseguente, ò ambidue, ò l'vn, e l'altro Antecedente sono maggiori di 100; l'vno, e l'Altro Antecedente, ò li primi Antecedente, e Conseguente, similmente si diuidano, e con quelle parti s'operi, come quelle fossero li termini dati. In vn capitale di scudi 2000 s'è fatta perdita di scudi 1120; io che ci haueuo per mia parte 75 scudi, quanto vengo à perdere? Perche li due primi numeri son troppo grandi, leuo à ciascuno vn zero, e restano le loro decime parti 200, e 112: e perche questi ancora son troppo grandi, li diuido per metà, e sono le lor ventesime parti 100, e 56. Prendo dunque dal centro al punto 56, e l'applico tra 100. 100: poi trà 75. 75 prendo la distanza, & applicata alla linea dello Stromento, trouo ch'ella è 42; e perciò dico esser la perdita, che mi tocca di 42 scudi.

Terzo,

Terzo, se tutti trè li numeri dati sono maggiori di 100, conuien diuiderli tutti trè: E ciò si può far ò diuidendoli similmente, come se 200 dà 150, che darà 160? perche, tutti diuisi per metà, dico, se 100 dà 75, che darà 80? & applicati li 75 tra 100. 100, la distanza 80. 80, mi darà 60, e questo raddoppiato fà 120, che è quello che si cerca: Ouero si ponno diuidere similmente solamente due, cioè ò li due Antecedenti, ò il Primo Antecedente col suo Conseguente, e di quell'altro numero che resta, prenderne quella parte che più piacerà; poiche quello, che si trouarà, sarà parte simile del Quarto, che si cerca. Così stando nello stesso essempio, se 200 dà 150, che darà 160? Piglio la metà del primo, e del secondo 100 è 75, e del terzo 160 piglio la quarta parte 40, & opro come prima, pigliando vltimamente la distanza trà 40, 40, e mi viene 30, il quale quadruplicato mi dà 120: ouero delli due Antecedenti proposti 200, e 160. piglio la metà 100, e 80, e del primo conseguente 150 piglio la terza parte 50, & oprando, come s'è più volte detto, trouo 40, il qual'è la terza parte del numero cercato, cioè di 120.

La ragione di questo modo d'operare stà fondato nella 15, & 11 del lib. 5. d'Euclide, cioè, che le parti hanno le proportioni de' suoi intieri, e le proportioni simili ad vna stessa proportione sono simili trà di loro. E perciò se sia come A al B, così C al D, essendo $\frac{1}{2}$ A al $\frac{1}{2}$ B, come A al B, anche sarà come $\frac{1}{2}$ A al $\frac{1}{2}$ B, così C al D, essendo come C al D, così $\frac{1}{3}$ C al $\frac{1}{3}$ D sarà per conseguenza, come $\frac{1}{2}$ A al $\frac{1}{2}$ B, così $\frac{1}{3}$ C al $\frac{1}{3}$ D. E perche se come A al B, così C al D, vale anche permutando, come A al C, così B al D, ne seguirà con l'istesso discorso, che come $\frac{1}{2}$ A al $\frac{1}{3}$ C, così $\frac{1}{2}$ B al $\frac{1}{3}$ D. Et in tal modo è manifesta la ragione delle sopraccennate operationi. E quello, che

quì

qui s'è detto de gl'Intieri rispetto alle loro parti, così vale la forma di discorrere delle parti, rispetto de gl'Intieri, fatta solo la conuersione de' termini, per ciò che appresso si dirà de gl'Intieri rispetto de' suoi moltiplici. Il che hò voluto così breuemente accennare, per non replicar con tedio più volte lo stesso.

Quarto, se solo il secondo Antecedente sarà troppo picciolo, basterà raddoppiarlo, ò triplicarlo, e seruirsi di questo, come se fosse il vero Antecedente, perche del numero, che si trouerà, dourà pigliarsi la metà, ò il terzo, per hauer il numero, che si cerca. Per essempio. Vna fontana, che getta l'acqua sempre vniformemente, hà riempito vn vaso capace di 54 botti d'acqua in 23. ore, quant'ore ci vogliono per empir vno capace di sol 7 botti? Piglio dal centro sin al punto 23. e questa distanza applico all'interuallo 54. 54. Dipoi perche 7. 7. è troppo vicino, piglio la distanza 14. 14. e questa applicata dal centro cade sul punto 6; onde perche il 7 si raddoppiò, prendo la metà di 6, e dico; che in 3 ore s'empirà il vaso capace di sol 7 botti. E' vero, che ci è qualche differenza, e non sono precisamente 3 ore, mà solo $2 \frac{53}{54}$, il che nell' operatione, c'habbiamo per la mano, non è da considerarsi.

Quinto, mà se solo il Primo Antecedente, ò solo il Primo Conseguente, ò ambidue, ò l'vn, e l'altro Antecedente fossero troppo piccioli, tutti due gl'Antecedenti, ò li Primi Antecedente, e Conseguente, similmente si moltiplichino, raddoppino, ò triplichino, e s'opri, come se questi fossero li numeri dati, perche ne verrà il numero cercato. Così s'io dico 7 mi dà 10, che mi darà 3? raddoppio il 7, & il 3, come troppo piccioli, & opro, come se cercassi, 14 mi dà 10, che mi darà 6? e trouo, ch'è vn poco più di 4.

Sesto,

Sesto, se tutti trè li numeri dati sono troppo piccioli, ò tutti si moltiplichino vgualmente, & il numero, che si trouerà dourà diuidersi per il moltiplicatore preso, come se tutti si raddoppiarono, si deue prendere la metà del trouato, per hauer quello, che si cercaua, come è manifesto. Ouero due, cioè ò li due Antecedenti, ò li due Primi termini si ponno moltiplicare similmente, e l'altro numero moltiplicar altrimenti, perche quel che si trouerà, si dourà diuidere per il numero, che moltiplicò quest' vltimo. Per essempio: d' vn drappo alto cinque quarte il Sarto me ne fece prendere braccia 7 $\frac{1}{2}$, ora per far vna simil veste d'vn drappo alto sol 3. quarte, quante braccia hò à comprarne? E' certo, che quì è la proportione euersa, cioè che le altezze, e le lunghezze sono reciprocamente proportionali, e come la seconda altezza alla prima altezza, così la prima lunghezza alla seconda lunghezza, che si cerca: Si dice dunque, come 3 al 5, così 7 $\frac{1}{2}$ ad vn altro: quadruplico il 3, & il 7 $\frac{1}{2}$, e sono 12, e 30; duplico il 5, & è 10. Opro dunque con questi trè numeri 12, 10, 30; e presa dal centro la distanza sin al punto 10, l'applico al 12. 12; e preso l'interuallo 30. 30, trouo essere 25. Ora perche il 5 solo si duplicò, piglio la metà di 25, e dico, che del secondo drappo me ne fan di mestieri braccia 12 $\frac{1}{2}$. E questo stesso haurei trouato, se hauessi duplicato tutti trè li numeri; perche come 6 al 10, così 7 $\frac{1}{2}$ al 12 $\frac{1}{2}$.

Mà perche spesso occorre, che l'interuallo, che si troua, non cade precisamente sul punto segnato da qualche numero intiero, si potrà trouare la frattione, & auuicinarsi più al vero in questo modo. Si prenda dal centro dello stromento con vn'altro Compasso la distanza sin' al punto prossimamente maggiore, & il numero di tal punto si moltiplichi, quanto si

può,

può, purche non paſſi il 100, & allargato lo Stromento, à queſto numero moltiplice s'applichi la lunghezza preſa con queſto ſecondo Compaſſo; e poi ſi vegga in qual' interuallo capiſca la longhezza trouata col primo Compaſſo; perche la frattione aderente all'intiero già conoſciuto, haurà per Denominatore il numero, che fù il moltiplicatore, e quanti punti ſi trouano mancare per giunger à quella diſtanza maggiore, tanta deue eſſere la differenza tra'l Numeratore, & il Denominatore della frattione. Sia per eſſempio nell'operatione trouata vna tal lunghezza, che applicata dal centro cada tra li punti 19, e 20; onde s'arguiſce, che il numero cercato è 19 con vna frattione. Ora con vn ſecondo Compaſſo preſa la diſtanza dal centro ſin'à 20, ſe applico queſta al 40.40, che è duplo di 20, non mi può dare ſe non $\frac{1}{2}$, ſe al 60. 60, che è triplo, poſſo trouar li Terzi, ſe al 80. 80, che è quadruplo, trouerò li Quarti, e finalmente ſe al 100. 100, che è quintuplo, trouerò li Quinti. Sia dunque applicata alli 100. 100: e poi col primo Compaſſo, che daua quella miſura minore di 20, e maggiore di 19, veggo in qual interuallo ſi poſſa applicare, e trouo che al 97.97, onde mancando 3 al 100 dico, che la frattione aderente al 19 è $\frac{2}{5}$; ſe ſi foſſe applicata al 99, ſaria ſtato il numero cercato 19 $\frac{4}{5}$.

La ragione di queſta operatione è, perche quelle 20 particelle applicate al 100. 100, vengono come ad eſſere diuiſe in 100 parti, cioè ciaſcuna ne'ſuoi quinti; ora ſe di quali 100 parti ſono le 20, di tali 97 ſono quell'altre, è manifeſto; che à queſte mancano $\frac{3}{5}$ per arriuar à 20, e così ſono 19 $\frac{2}{5}$. Mà ſe la diſtanza prima trouata foſſe ſtata maggiore di 24, e dal centro ſin à 25 ſi foſſe applicata al 100. 100, la frattione ſaria di Quarti, e cadendo la diſtanza trouata ſul 97.97, ſaria il nu-

il numero cercato $24\frac{3}{4}$, poiche mancano $\frac{1}{4}$, per essere $\frac{100}{4}$, cioè 25.

Forsi riuscirà ad alcuno più facile quest'altro modo. Quando la misura trouata, e dal centro applicata su la linea dello Stromento non cade in vn punto intiero, piglisi con vn' altro Compasso la misura fin al punto prossimamente minore: & il numero di tal punto moltiplicato, sì che non arriui à 100, s'apra lo Stromento, & al punto, che corrisponde al numero moltiplicato, s'applichi la lunghezza presa col secondo Compasso; poi applicata la misura, che dà il primo Compasso, il numero de' punti, che eccedono quel moltiplicato, sarà il Numeratore della frattione, il cui Denominatore è quel che fù il Moltiplicatore. Sia la misura trouata maggiore di 17: Prendo con vn'altro Compasso dal centro fin al punto 17; e questa distanza applico al numero 68. 68, quadruplo del 17: e perciò la frattione haurà il 4 per Denominatore: applicata poi quella misura trouata maggiore di 17, trouo che capisce al 71. 71: e perciò dico, che essendo l'eccesso di 3 punti, la frattione sarà $\frac{3}{4}$, e così il numero, che si cercaua è $17\frac{3}{4}$.

La ragione di questo modo d'operare è, perche in quell'applicatione al numero quadruplo vengono le 17 vnità ad esser diuise in tutti i suoi Quarti, che sono 68; dunque se la misura trouata hà di tali Quarti 71, sarà il suo numero $17\frac{3}{4}$.

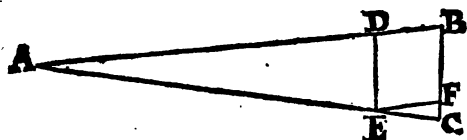
Auuertasi quì, che può occorrere, che la misura tolta col primo Compasso non possa applicarsi precisamente a due punti simili, come 71, e 71; ma solo a 71, e 72; & in tal caso è segno, che è più di trè quarti: e se cade così precisamente su due punti 71, e 72, si può prendere per vna metà; se cadesse sul 71, & alla metà del 72, si potria prendere per vn Quarto. Ora mettiamo, che cada su li 71. 72; e così oltre

li $\frac{3}{4}$, v'è la metà d'vn Quarto, che è $\frac{1}{8}$, che aggiunto alli $\frac{3}{4}$ sono in tutto $\frac{7}{8}$. Se fosse caduto alla metà del 72. era vn Quarto d'vn Quarto, cioè $\frac{1}{16}$, e così tutta la frattione $\frac{13}{16}$.

E per non lasciare di spiegare anche meglio l'vso di questo Stromento, per trouare con più precisione le frattioni aggiunte a gl'Intieri, senza obligarci a prendere li numeri moltiplici, massime, che bene spesso appena si ponno raddoppiare, ò triplicare; perciò aggiungerò anche questo modo d'operare. Preso dunque, come si disse, con vn secondo Compasso dal centro sin al numero prossimamente minore, s'apra lo Stromento, e questa distanza s'applichi a quell'interuallo, che più piace, in maniera però, che poi la distãza, che dà l'altro Compasso possa capire almeno tra 100. 100; & il numero di tal interuallo sarà il Denominatore della frattione. Di poi ritenuta l'apertura medesima dello Stromento, si vegga in qual interuallo capisca la prima misura. Il numero de' punti, che questo secondo interuallo è distante dal primo già costituito, si moltiplichi per l'Intiero numero, che si prese prossimamente minore; e ciò per la moltiplicatione si produce, sarà il Numeratore della frattione.

Sia la misura trouata maggiore di 6, ma minore di 7. Prendo dal centro sin al 6, e questa distanza applico ad arbitrio ad vn numero, per essempio al 50. 50: e perciò le parti della frattione saranno cinquantesime. Quindi applicata la misura trouata, veggo che cade sul 53, 53. Dunque preso l'eccesso 3, lo moltiplico per il numero intiero 6, e si fà 18, per numeratore della frattione; e perciò dico, che la misura trouata dà il numero cercato 6 $\frac{18}{50}$.

La dimostratione di questa operatione si vede dalla figura presente doue BC è parallela alla DE, e prendendosi BF

vguale

vguale alla DE, e congiungendosi li punti E, F con vna linea retta EF, viene ad esser EF parallela alla BD per la 33. del libro 1. Dunque per la 2. del lib. 6. come AE ad EC, così BF à FC: dunque il rettangolo fatto dalle due EC, BF, cioè DE, applicato alla prima AE darà la FC: come apparisce dalla 16. del lib. 6. Se dunque DE è il numero 6. collocato su lo Stromento nelli punti 50.50, cioè in AD, AE, e la misura trouata BC s'addatta alli punti B, & C 53.53, sarà come AE 50, ad EC 3, così BF, cioè DE 6 alla FC; e perciò EC 3 moltiplicando DE 6 fà 18 da diuidersi per AE 50; onde il Quotiente $\frac{18}{50}$ è la FC da aggiungersi alla BF, cioè alla DE 6; e così tutta la BC è 6 $\frac{18}{50}$ numero cercato.

Di quì si vede, che se le due misure prese co'due Compassi, come s'è detto, cadessero in tal apertura dello Stromento, che non fossero distanti, che vn punto solo, il Numeratore della frattione sarà il numero intiero preso. Come per essempio, se il numero è 27, & è applicato all'interuallo 43.43, e l'altra misura cade sul 44. 44, diremo, che il numero cercato è 27 $\frac{27}{44}$. La ragione è, perche l'vnità moltiplicando il 27 non lo muta.

Finalmente s'auuerta in questo modo, che se la distanza EC fosse di molti punti, & il numero DE fosse così grande, che riuscisse difficile moltiplicarlo per EC così alla mente, si dourà applicare la DE più vicina al centro A, che così la BC riuscirà più vicina alla DE, & EC sarà numero minore.

In vn'altra maniera potiamo seruirci di questo Stromento per trouar il quarto numero proportionale senza applicar i

numeri al lato dello Stromento, ma a gl'interualli: e potendoci ogni punto seruir per due, anche senza compasso molto grande faremo ciò che desideriamo. Per essempio 168 mi dà 72, che cosa mi darà 63? Diuido li 168, & li 72 per metà, e sono 84, e 36. A qualunque apertura dello Stromento prendo l'interuallo 84. 84, con vn compasso, e col secondo compasso alla stessa apertura dello Stromento prendo 36, 36. Ritengo li Compassi così, & applico il primo compasso al terzo numero dato, cioè à 63. 63. allargando lo Stromento, & a questa apertura applicando il secondo compasso, trouo che cade nell'interuallo 27. 27. onde conchiudo, che il quarto numero cercato è 27. Questa prattica è manifesta per la costruttione dello Stromento; perche di quali parti 84 era la prima linea compresa dal primo compasso, di tali 36 era la seconda: ora presa la prima di 63, la seconda viene ad essere di 27.

Questo modo d'operare mostra vna grandissima facilità per sciogliere le questioni appartenenti al moltiplico de'capitali, quando corrono interessi sopra interessi, cioè che il frutto di ciascun anno a capo d'anno s'accresce al capitale: il che si fà, essendo noto, quanto per cento sia il frutto, perche se il 100 guadagna nel primo anno per essempio 4. sarà il capitale del secondo anno 104; e così bisogna dire, se 100 a capo del primo anno dà 104, che cosa darà 104 a capo del secondo anno? e si troua, che dà $108 \frac{16}{100}$. E poi seguitando all'istesso modo a replicare la regola del Trè, se 100 dà 104, che cosa darà $108 \frac{16}{100}$ a capo del terzo anno? tante volte si replicherà, quanti son gl'anni, che si lascia il denaro a moltiplico. Il che, come si vede, porta tempo, e fatica nel calcolo. Ma se le linee Aritmetiche dello Stromento sono accuratamente diuise,

que-

queſta operatione ſi farà con pochiſſimo trauaglio.

Sapendoſi quanto per cento ſi guadagna, prendaſi la metà del 100, che è 50, e la metà del frutto annuo: & aperto lo Stromento ad arbitrio, prendaſi l'interuallo 50. 50, ma conſeruiſi il compaſſo così aperto, come ſi preſe queſta prima miſura, ouero ſi tiri vna linea vguale à tal'apertura, per hauerne memoria, ouero ſi prenda queſta prima lunghezza vguale ad vn numero determinato di punti preſi ſul lato dello Stromento; e poi con vn'altro Compaſſo (ſe per altro in vno de' modi detti non ſi conſeruaſſe memoria della prima larghezza) eſſendo ancora lo Stromento allargato come prima, ſi prenda l'interuallo corriſpondente alla metà del capitale, e del frutto; e così ſe il frutto è 4 per 100, prendaſi 52. 52, ſe foſſe 6 per 100, prendaſi 53. 53; e così de gl'altri. Queſta larghezza vltima di Compaſſo per il ſecondo anno, di nuouo s'applichi al 50. 50, allargando lo Stromento, e di nuouo ſi prenda il 52. 52, ſe fù alli 4, ouero il 53. 53, ſe fù alli 6 per 100. Di nuouo queſt'vltima lunghezza per il terzo anno s'applichi al 50.50, con allargare lo Stromento, & al 52. 52 s'haurà la lunghezza conueniente al terzo anno; e così tante volte, quanti ſon gl'anni, che ſi laſcia a moltiplico. Finalmente ſi paragoni la prima larghezza, che fù preſa da principio con queſt' vltima trouata; e la proportione di quella prima a queſt'vltima è la proportione del capitale meſſo da principio allo ſteſſo accreſciuto d'anno in anno, con i frutti, che diuentarono capitale. Così ſe furono alli 4 per 100, trouveremo che li 100 in capo a dieci anni diuentano 148 $\frac{1}{4}$ quaſi, cioè vn poco più d'vn quinto: Onde dico, ſe in dieci anni 100 mi danno 148 $\frac{1}{4}$, nello ſteſſo tempo vn capitale di dieci mila ſcudi diuerrà 148 25.

In

In altra maniera si può operare ritenendo sempre la medesima apertura dello Stromento, ma prendendo nel suo lato i numeri. Per essempio sia al 4 per 100: prendasi dal centro A sin al 52 la distanza, e questa si metta tra 50, 50, e questa è l'apertura dello Stromento senza mutarla. Ora prendasi la metà del numero del capitale, e se è troppo grande, prendasi vna parte aliquota di esso; come se fosse il capitale 300 Scudi, la sua metà è 150, prendasi 75, che è la 4. parte. E col compasso preso l'interuallo 75.75, mettasi vna punta nel centro, e su li lati dello Stromento leggiermente si segni con l'altra punta; prendasi questo interuallo tra li segni fatti, e di nuouo dal centro si traporti, e segni su li lati; e ciò tante volte si replichi, quanti sono gli anni: così se fossero cinque anni, si prendano cinque volte gl'interualli, e l'vltimo, cioè il quinto interuallo traportato dal centro sul lato dello Stromento, darà il numero cercato; e caderà prossimamente al punto 91. Si che 75 scudi a capo di cinque anni danno 91 scudi prossimamente; e perche 75 è la quarta parte di 300, diremo che 300 scudi a capo di cinque anni saranno prossimamente scudi 364. Di questo modo d'operare la ragione è manifesta, perche ritenuta sempre l'apertura medesima dello Stromento tutti i lati a gl'interualli sono come 50 à 52, cioè 100 a 104; e perche gl'interualli successiuamente si traportano su li lati, perciò sempre si cõtinua la proportione istessa di 100 a 104.

Che se hauessi curiosità di prouarlo col calcolo, se non prenderai di volta in volta le frattioni prossime alla vera ora maggiori, ora minori, ma tutta la frattione intiera (la quale è nel secondo anno di centesime, nel terzo di diecimillesime, e così ogn'anno aggiungendo due zeri al denominatore) trouerai nel decimo anno vna frattione, che haurà

per

per denominatore l'vnità con diciotto zeri, & il numeratore tale, che è proſſimo ad vn quarto d'vnità. E ſe cercaſſi per vent'anni, l'vltimo denominatore ſaria di 38 zeri, ſempre due meno del doppio del numero de gl'anni, eſſendo che per il primo anno non ſi fà la diuiſione per 100, e per gli altri anni ſi aggiongono ſempre due zeri al denominatore. In ſomma (perche queſte coſe ſi ſcriuono per li meno eſperti) baſterà per il ſecondo anno moltiplicar il capitale col frutto in ſe ſteſſo, e per l'iſteſſo capitale col frutto, cioè per 104, ouero 105, ò altro, moltiplicar di mano in mano i prodotti; e poi vedendo quante volte hai fatto tal moltiplicatione, taglia dal numero vltimamente prodotto due volte altre tante figure; come ſe hai fatto la moltiplicatione cinque volte, taglia alla deſtra dieci figure, e queſte ſono il numeratore della frattione aderente al numero d'intieri ſignificato dall'altre figure reſtanti; e queſto ſaria il moltiplico del capitale fatto in 6 anni. Onde ſi vede eſſer quaſi vna progreſſione Geometrica, la cui Radice è il capitale col frutto, cioè 104, &c. principiante dall'vnità. E perciò in tal caſo conuiene trouar quella Poteſtà, ò quel Grado della Progreſſione, il cui Eſponente è il numero de gl'anni (nel che ſe bene vi ſono alcuni compendij, v'è però di molta fatica,) e trouato tal Grado della detta progreſſione, tagliarne, come s'è detto, le figure alla deſtra due meno del doppio del numero di tal Grado, perche realmente il primo termine della progreſſione non è l'vnità, ma il 100. Il che ſia detto per moſtrare di quanto compendio ſia l'vſo di queſto Stromento, con cui preſtiſſimo ſi fà coſa per altro operoſa.

Quindi volendoſi ſapere in quanto tempo raddoppiaraſſi il Capitale, ſi piglia vna linea, & all'interuallo 50.50, ſia applicata tal linea, dipoi nel modo detto, conſiderato il frutto an-

nuo,

nuo, tante volte si replica l'operatione, sin che si venga ad hauer allargato il compasso, in modo che comprenda il doppio della linea data da principio: e con quante operationi verrai ad hauere tal linea doppia della data, tanti anni si ricercano per raddoppiar il capitale.

Dalle cose dette si raccoglie anche il modo per tramutar tra di se le specie delle monete, essendo conosciuto il lor valore, riducendolo prima alla medesima semplice denominatione; come se il valore d'vna specie di moneta fosse composto di lire, e soldi, si riduce il valor d'ambidue in soldi, e così dell' altre denominationi di valore, e quando fatta questa riduttione riuscissero i numeri troppo grandi, basterà prendere, di ambidue li numeri esprimenti il valore, vna medesima parte aliquota. Per essempio s'hanno a ridurre Ongari in Doppie; essendo il valor dell'Ongaro 17 giulij, quello della Doppia 30 giulij, è manifesto, che 30 Ongari sono 17 Doppie, perche l'istesso numero si produce prendendosi trenta volte il 17, e prendendosi dicisette volte il 30. Dunque il numero de gl'Ongari al numero delle Doppie sarà reciprocamente come il valor della Doppia al valore dell'Ongaro. Perciò aperto ad arbitrio lo Stromento, prendo con vn compasso l'interuallo 30. 30, e con vn' altro compasso l'interuallo 17. 17. Poscia per ridurre vn numero d'Ongari in Doppie, applico il primo compasso all'interuallo corrispondente al numero dato de gl'Ongari, & il secondo compasso con la sua apertura caderà nel numero competente delle Doppie, ò se si fosse presa vna parte aliquota del numero de gl'Ongari, s'haurà simile parte del numero delle Doppie. Così se fossero dati 180 Ongari, prendo la metà, che è 90, & applico l'apertura del primo compasso all'interuallo 90. 90; & il secondo compasso

paſſo applicato, caderà al 51.51. Dunque conchiudo, che 90 Ongari ſono Doppie 51, e perciò 180 Ongari ſono Doppie 102. Per il contrario ſe voleſſi cambiar Doppie in Ongari, al numero delle Doppie applico il ſecondo compaſſo, con cui ſi preſe il valore delli Ongari; e l'altro compaſſo darà il numero de gl'Ongari: Siano date Doppie 204, perche il numero è troppo grande, piglio la ſeſta parte, che è 34, & applico il ſecondo compaſſo con la ſua apertura all'interuallo 34. 34, e poi l'altro compaſſo cadendo nell'interuallo 60.60, moſtra, che ſi come il 34 era la ſeſta parte del numero delle Doppie, così il 60 è il ſeſto del numero de gl'Ongari, onde Doppie 204 ſi cambiano in Ongari 360.

Che ſe il valore è compoſto di diuerſe ſpecie, come in Venetia lo Scudo è lire 9 ſoldi 6, & il Zecchino nuouo lire 17, conuien riſoluer tutto in ſoldi, ſi che lo Scudo è ſoldi 186, & il Zecchino ſoldi 340, e perciò 340 Scudi ſono Zecchini 186, e nella steſſa proportione ſono le parti aliquote ſimili. Onde perche il 340, & il 186 ſon troppo grandi, ſi prende la lor quarta parte 85, e $46\frac{1}{2}$, come ſe queſto foſſe il valore (pigliandoſi adeſſo non più il valor in ſoldi, mà in groſſetti, eſſendone 85 groſſetti in vn Zecchino, e $46\frac{1}{2}$ in vno Scudo) e ſi opera come di ſopra.

Auuertaſi in queſte operationi eſſere molto meglio, e più ſicuro, quando quella prima apertura dello Stromento arbitraria ſi piglia aſſai grande, perche poi nelle ſeguenti operationi rieſce maggior diſtintione, ſenza pericolo di prender vn' intiero di più. Vero è che queſta operatione, come meccanica, non darà la preciſione della frattione aderente a gl'intieri, mà queſta poi ſi troua, eſſendo aſſai hauer ſubito notitia de gl'intieri con qualche facilità. Come nel propoſto eſſem-

pio si vuol sapere quanti Zecchini ci vogliono per far la somma di cento scudi. Presi gl'interualli 85, e 46 $\frac{1}{2}$, applico il maggiore all'interuallo 100. 100, che è il numero dato de gli scudi, & il minore veggo esser più di 54, e meno di 55, onde dico li 100 Scudi cambiarsi con Zecchini 54, & alcune lire di più: E queste si trouano paragonato insieme il valore di 100 Scudi, e di 54 Zecchini, poiche la loro differenza è quello, che deue aggiungersi alli 54 Zecchini trouati.

E questo che s'è detto della trasmutatione delle monete tra di loro, si deue intendere di tutte l'altre misure, ò siano dell'istesso paese con diuerse denominationi, o siano di paesi diuersi con l'istessa denominatione sì, ma con grandezze diuerse; perche hauutasi la loro proportione, si tramutano con proportione reciproca. Così perche lo stadio Romano è passi 125, & il miglio passi 1000, mille stadij Romani sono 125 miglia Romane: e perche lo stadio Greco era di piedi antichi Romani 600, e lo stadio Alessandrino di piedi 720, è manifesto, che 600 stadij Alessandrini erano 720 stadij Greci: Onde si vede correr quì la stessa operatione, che s'è detta per la trasmutatione delle monete.

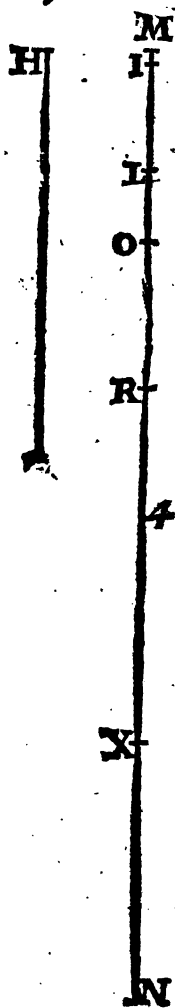
Ma forsi troppo lungamente ci siamo fermati in mostrare questo vso dello Stromento di Proportione nella Regola del Trè, per desiderio d'esser meglio intesi dalli principianti: i quali dalle cose quì dette, potranno raccogliere ciò, che debba farsi in casi simili.

QVESTIONE DECIMA.

Come d'vna linea data ſi poſſano prendere particelle picciolißime quante ſe ne voranno.

QVeſta queſtione in ſoſtanza non è differente da quello, che s'è detto nella prima, e ſeconda queſtione di queſto capo ſecondo, ad ogni modo per facilità maggiore di chi non foſſe così prattico, ò non haueſſe così bene compreſo, ciò che iui s'è detto, ſi conſidera quì la prattica di trouare vna linea, che contenga vn determinato numero di minute particelle d'vna linea data.

E quì conuien oſſeruare, che ſe bene la linea dello Stromento non è attualmente diuiſa, che in 100 parti vguali, ad ogni modo eſsẽdo all'occhio aſſai manifeſta la metà di ciaſcuna di queſte centeſime, vien ad eſſere virtualmente ſegnata in 200 parti. Quindi è, che ſe d'vna linea applicata all'interuallo 100. 100. voleſſi hauere $\frac{157}{200}$, baſta ch'io cerchi l'interuallo $78\frac{1}{2}$. $78\frac{1}{2}$, perche ciaſcuna parte delle ſegnate nello Stromento vale per due. Così d'vna linea data ſe bramo hauere $\frac{141}{153}$ diuiſo per metà li 153, viene $76\frac{1}{2}$, & a queſto interuallo $76\frac{1}{2}$. $76\frac{1}{2}$ applicata la linea data, l'interuallo del numero, che è la metà del 141, cioè $70\frac{1}{2}$. $70\frac{1}{2}$, mi darà la parte, che ſarà $\frac{141}{153}$ della linea data.

Mà ſe voleſſi, che tali particelle non foſſero leuate, ma aggiunte ad vna linea vguale, ò moltiplice alla data; ſe bene baſterebbe tirar vna linea indefinita, e da quella leuar vna parte vguale, ò moltiplice alla data linea, & a queſta parte leuata aggiungere le ſudette particelle; ad ogni modo alle

volte per ragione, ò della picciolezza della linea, ò del poco numero di dette particelle, riuſcirebbe incommodo il prenderle ſeparatamente: Perciò in tal occaſione applicata la linea data al numero, che è la metà del denominatore delle particelle, ſi intenderanno gl'intieri vguali alla data linea riſoluti in ſimili particelle, & alla lor ſomma aggiunto il numero delle particelle: ò più toſto intendaſi vna ſola parte vguale alla linea data riſoluta in tali particelle, con l'aggiunta del loro numero; e la metà di tal ſomma darà il punto nello Stromento, doue ſi trouerà la linea, che ſi cerca.

Per eſſempio è data la linea H, e ne vorrei vna, che della detta linea foſſe $1 \frac{71}{100}$. Perche 100 è il denominatore delle particelle, applico la linea H all'interuallo 50. 50. Dipoi intendo quell'altra linea nella parte vguale alla H diuiſa in 100 particelle; e perciò tutta ſarà $\frac{171}{100}$ della H. Dunque la metà di 171, cioè l'interuallo $85 \frac{1}{2}$. $85 \frac{1}{2}$, mi darà nell'indefinita MN la parte MX, che ſarà $1 \frac{71}{100}$ della linea H. Che ſe haueſſi voluto vna linea, che di detta linea H foſſe $4 \frac{71}{100}$; haurei in vna linea preſo trè volte la lunghezza della H, & a queſte haurei aggiunta queſta trouata MX; e tutta la linea compoſta ſaria ſtata quella, che ſi cercaua.

E queſto che s'è detto delle parti centeſime, s'intende, quando la linea data non è così grande, che ſe ne poſſa prender

H

M I L O R 4 X N

der ò il quinto, ò il decimo, ò altra tal parte da poterſi commodamente applicar allo Stromento. Poiche ſe la data linea foſſe così grande, che ſe ne poteſſe prendere la quinta parte, & applicarla all'interuallo 100. 100, ſi potriano hauere le milleſime, prendendo quel numero di milleſime, che auanza, cauatine tutti li quinti del mille, cioè tutti li 200, & applicando la metà del reſto all'interuallo, che gli corriſponde. Come ſe ſi voleſſero $\frac{792}{1000}$ della linea; queſta diuiſa in cinque parti, & applicato vn quinto d'eſſa all'interuallo 100. 100, cauo dal 792 trè volte il 200, e perciò prendo vna linea, che ſia trè quinti della data, e queſta ſarà $\frac{600}{1000}$: il reſto 192 applico all' interuallo della ſua metà, cioè a 96. 96, & aggiunta alli detti trè quinti la longhezza trouata in queſto interuallo, tutta ſarà $\frac{792}{1000}$ della data linea. E queſta aggiunta al doppio della linea data, ſarà vna lunghezza, che ſarà alla data come 2 $\frac{792}{1000}$. E così dell'altre.

Nella ſteſſa maniera ſe la linea data foſſe così lunga, che la ſua decima parte poteſſe commodamente applicarſi all'interuallo 50. 50, commodiſſimamente ſi trouerà vn'altra linea in proportione ſuperpartiente di milleſime; perche eſſendo vna decima della linea applicata al 50. 50, s'intende detta Decima diuiſa in 100; e così tutta la linea in 1000. Onde ogni metà de' punti ſegnati nello Stromento, valendo vna centeſima della Decima, vien ad eſſer $\frac{1}{1000}$ della linea intiera. Quindi ſe della linea data, la cui Decima s'è applicata all'interuallo 50. 50, vorrò vn'altra linea, che ſia 1 $\frac{96}{1000}$, prendo il numeratore, come ſe foſſe 196, e la ſua metà 98 applico all'interuallo 98. 98, e queſta lunghezza aggiungo à noue decime di tutta la linea, poiche ne preſi vna da principio. E generalmente in queſto metodo d'operare, tutto il numero ſi butti in milleſi-

me,

me, e poi delle centenara, che sono in tal numero, si prendono tante decime della data linea, ma vna di meno, e col resto s'operi come s'è detto. Così si voglia vna linea, che sia della data $3\frac{240}{1000}$; tutto è 3240 millesime: delle 32 centenara ne piglio 31, e così replico la data linea trè volte, e v'aggiungo vna decima: del resto 140 opro come s'è detto, & aggiungo a questa linea di 31 decime della data l'interuallo 70. 70, che è la metà di 140: & in tal modo sarà la linea $3\frac{240}{1000}$ della data.

CAPO TERZO.

Come s'habbia a diuider il Compasso di Proportione per le Superficie Piane, & vso di questa linea Geometrica.

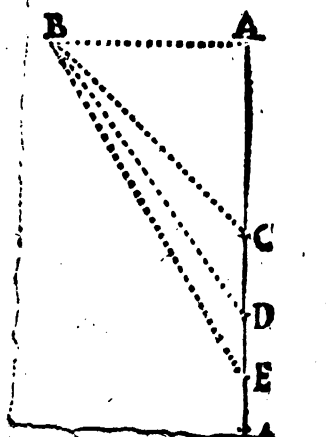
POiche queste cose non si scriuono per huomini dotti, conuien ricordar à quelli, che sono men'esperti, che figure simili son quelle, che tra di loro hanno gl'angoli vguali (a benche gl'angoli di ciascuna siano tra di se disuguali) & i lati, che fanno gl'angoli in vna, sono proportionali alli lati, che fanno gl'angoli vguali nell'altra figura; come le definisce Euclide nel principio del libro 6, & i lati, che nell'vna, e l'altra figura si corrispondono, si chiamano *Lati Homologi*. In oltre (come si dimostra nella 19. e 20. del lib. 6.) così li triangoli, come l'altre figure poligone simili, hanno trà di loro la proportione duplicata, della proportione, che si troua trà li lati Homologi; cioè continuando la proportione de' sudetti lati, come il primo termine al terzo, così le figure trà di loro. Onde se per cagion d'essempio vn lato è la metà dell'altro, conuien continuare la proportione di 1 a 2, con vn terzo termine, e sarà 4; e così la proportione di quelle due superficie piane

3,
le
eri
eri
li
o-
e-
o-
le
e'
a-
la
la
l-
d
e
c
a
o

m
nd
s'd
da
gl
de
qu
la

I

gu
(a
la
ch
E
fi
(c
co
p
H
co
de

B A C D E A

plane

piane ſimili è come 1 a 4 Così ſe li lati foſſero come 2 a 3, queſta proportione ſi continua in tre termini, cioè 4, 6, 9, e le ſuperficie ſono trà di loro come 4 a 9: e così di tutte l'altre.

Ora ſi come nelli numeri, quando ſon trè minimi numeri continuamente proportionali, li due eſtremi ſono numeri quadrati, per il primo corollario della prop. 2. del lib. 8. e li numeri piani ſimili hanno la proportione duplicata della proportione de' lati Homologi, per la 18. del lib. 8. onde ne ſiegue, che li numeri piani ſimili hanno trà di loro la proportione de' Numeri Quadrati de' lati Homologi; Così parimenti le ſuperficie piane ſimili, hauendo la proportione duplicata de' lati Homologi, la qual proportione iſteſſa ſi troua trà li quadrati de' ſudetti lati Homologi, ſi dicono hauere trà di loro la proportione delli quadrati de' lati homologi; E ſe ben ſi potria dire, che dette ſuperficie ſimili hanno la proportione de' triangoli ſimili, e ſimilmente poſti ſopra li detti lati Homologi; ad ogni modo per eſſer grande la varietà de' triangoli ſimili, che ſopra detti lati ſi ponno intendere, perciò ſi dice più toſto, che hanno la proportione de' quadrati di detti lati, poiche per la vguaglianza de gl'angoli, e de' lati, che è nel quadrato, dato vn lato, e conoſciuto tutto il quadrato.

Quindi è, che per conoſcere qual proportione habbiano due figure ſimili, baſta conoſcere qual proportione habbiano li quadrati de' loro lati Homolgi. E per il contrario conoſciuta la proportione de' quadrati, ſi manifeſtarà quella de' lati, la qual è ſubduplicata di quella de' quadrati. Onde ſe ſaranno date due linee, e ſi deſiderino due quadrati nella proportione di dette due linee; conuien trouar trà quelle vna media proportionale, & i quadrati della prima, e della ſeconda hanno la proportione della prima alla terza: e ciò che de' quadra-

ti ſi

ti ſi dice, s'intenda anche delle figure ſimili, e ſimilmente poſte ſopra la prima, e ſeconda linea delle trè continuamente proportionali. Perciò volendo ſopra vna linea retta ſegnar i lati di figure ſimili, le quali habbiano vna determinata proportione, baſterà che ſopra detta linea ſi ſegnino i lati de' quadrati nella ſteſſa proportione. E queſti ſono facili a trouarſi per la 47. del Lib. I.

Per venir dunque all'atto di ſegnar, e diuidere lo Stromento per ſeruircene nelle ſuperficie piane, ſi tiri dal centro A, vna linea retta AZ; & vn' altra vguale AS: le quali non è neceſſario ſegnare ſin ad A, ma baſterà, che comincino à vederſi in F, e G; in maniera tale però, che la diſtanza A F ſia capace di 15 diuiſioni, caſo ch'ella foſſe $\frac{1}{8}$ di tutta la AZ; di che ſi vedrà la ragione poco appreſſo.

Di poi la diſtanza AF dal punto F ſi vada replicando nella linea AZ, in maniera, ch'ella venga diuiſa in parti vguali; che quì non ponno commodamente eſſere più di 8. Mà per far più diuiſioni conuerrebbe, che lo Stromento foſſe più lungo. E ciò che ſi dice della linea AZ, ſi faccia anche nella AS, ſenza che habbiamo più di meſtieri di ricordarlo. Alli punti notati ſi ſcriuano li numeri quadrati, intendendoſi nel punto F 1, e così ne gl'altri, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, i quali ſono li numeri quadrati di 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, conforme, che A 4 è dupla di AF, & A 9 è tripla della ſteſſa AF, e così dell'altre. E più volontieri da me ſi notano le diuiſioni di tal linea con li ſopradetti numeri quadrati, acciò quelli ſteſſi manifeſtino l'vſo di tal Linea eſſere per le figure piane. La ragione poi di notare tali numeri è, perche eſſendo A 4 doppia di AF, il quadrato di A 4 è quadruplo del quadrato di AF: e perche A 9 è tripla di AF, il ſuo quadrato è noncuplo, e così de gl'altri.

Volen-

Volendosi dunque notare su la linea AZ i lati de' quadrati, che vanno crescendo secondo l'ordine naturale de' numeri, si vede che essendo dall' vnità al 4 la differenza 3, e dal 4 al 9 la differenza 5, dal 9 al 16 la differenza 7, e così di mano in mano aggiungendo li numeri dispari, necessariamente ne siegue, che delle sette parti della linea F 64 la prima si diuide in trè, la seconda in cinque, la terza in sette, la quarta in noue, la quinta in vndici, la sesta in tredeci, e la settima in quindeci. Perciò si disse, che la distanza AG, ò AF, che si piglia per il lato del primo Quadrato, douea esser tanto lunga, che fosse capace di 15 diuisioni. Onde apparisce, che volendosi proseguire oltre 64, conuerrebbe che lo Stromento fosse assai più lungo, acciò la AF si pigliasse così grande, che vi si potessero commodamente notare tutte le diuisioni necessarie per l'vltima parte, le quali, come s'è accennato, vanno sempre crescendo di moltitudine, conforme crescono li numeri dispari. Quindi è, che riuscendo queste diuisioni tra di loro disuguali, & in maniera, che la distanza dal centro A à ciascun punto non hà la proportione del numero, che gli corrisponde, cioè A 1 ad A 2, non è come à 2, anzi più tosto A 2 è tra A 1, & il suo duplo Media Proportionale di medietà Geometrica; perciò questa linea in tal modo diuisa può, e suole da molti chiamarsi linea Geometrica, à differenza della prima, che habbiamo chiamato Aritmetica nel Capo precedente.

Mà per fare nella linea AZ le diuisioni per notar' i lati de' Quadrati moltiplici del Quadrato di AF, secondo l'ordine naturale de' numeri, è necessario sopra vn piano (e sarà ottima vna lastra di rame ben pulita, poiche in essa appariscono facilmente li sottilissimi segni, che si faranno colla punta del

Compasso) tirar vna linea vguale alla AZ dello Stromento, & in essa prender AC vguale alla AF, dello Stromento, e questa replicarla in 4, 9, 16, &c. E per hauer poi le altre diuisioni, dal punto A si tiri la perpendicolare AB vguale alla AC: ma auuertasi di metter ogni diligenza per farla giustissimamente perpendicolare, e precisamente vguale alla AC; perche in vna di queste due cose, che si manchi, ridonda poi nelle diuisioni non picciola imperfettione. Perciò sarà bene fare la sudetta perpendicolare più lunga del bisogno, acciò si possano far le pruoue più accertate, se l'angolo A sia retto: e trouatosi retto, allhora se ne taglia la AB vguale alla AC. E ciò fatto, tutto è preparato per le diuisioni desiderate.

Prendasi dunque la distanza BC, e si traporti in AD, e sarà AD il lato del Quadrato duplo del Quadrato di AC; come apparisce dalla 47. del lib. 1. essendo vguali tra di se i lati AB, AC. Quindi presa la distanza BD si trasporti in AE, e questo sarà il lato del quadrato tripolo del quadrato di AC; perche il quadrato di BD, cioè di AE è vguale alli quadrati di DA, & AB, cioè à trè quadrati di AB, cioè di AC. E così susseguentemente pigliando la distanza B 4, e trasportandola dal punto A, s'haurà il lato del quadrato quintuplo, & in tal maniera si procederà in ciascun punto, pigliando la distanza da quello al punto B, e traportandola sù la linea, che si diuide.

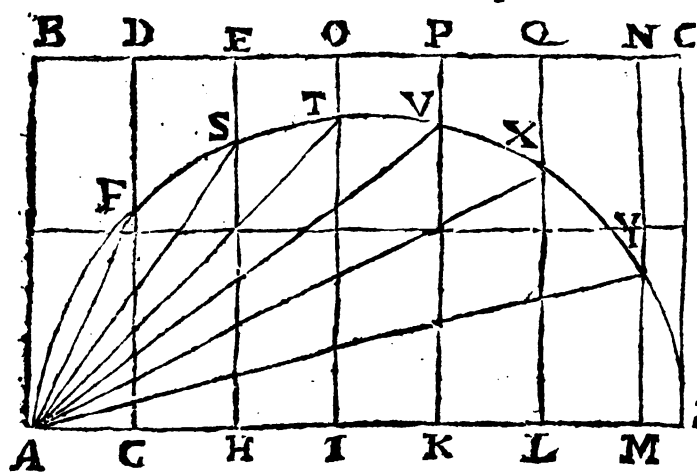
E per non far molta fatica poco vtilmente, facendo diuisioni non tanto aggiustate, si potranno di tanto in tanto nel progresso far alcune proue per vedere, se le diuisioni son fate giustamente. Ora perche A 4 è il doppio di AC, cioè AB, presosi da principio, ne se ne può fisicamente dubitare, prenderemo la distanza A 4, e posto vn piede del compasso in B, vedremo se l'altro piede cade giustamente in E, e sarà segno, che

che AE è presa giustamente per il lato del triplo Quadrato. E perche AE fù fatta vguale alla BD, sarà anche segno, che AD fù presa con precisione. Mà per essaminar anche di vantaggio se AD sia giusta, ella si replichi in H, si che AH sia doppia di AD: dunque il quadrato di AH è quadruplo del quadrato di AD; e perche il quadrato di AD si suppone duplo del quadrato di AC, ne seguirà, che il quadrato di AH sia ottuplo di quello di AC. Dunque in H cade la diuisione 8. Ora prendendosi la distanza A 9, si traporti dal punto B in H, poiche essendo BH lato del quadrato noncuplo, sarà manifesto, che AH è lato dell'ottuplo, e per conseguenza AD del duplo, come si cercaua d'essaminare. Che se in queste proue non si trouassero corrispondersi li punti così precisamente, di nuouo s'essamini la rettitudine dell'angolo A, e l'vguaglianza di AB con AC, & emendate queste si proceda auanti.

Trouati giusti questi punti essaminati, con essi se ne potranno essaminare de gl'altri, ò anche da principio notare con sicurezza; perche se AD replicata in H cade nel 8, replicata di nuouo darà il lato del qnadrato noncuplo di AD, cioè 18, e di nuouo replicata darà il lato del sedecuplo, cioè 32, e presa la quinta volta caderà nel termine del lato del Quadrato, che contiene 25 volte il Quadrato di AD, cioè 50 volte il primo Quadrato di AC. Così parimenti AE, che è 3 duplicata darà 12, triplicata darà 27, quadruplicata 48. Così A 5 duplicata darà 20, e triplicata 45. A 6 duplicata darà 24, e triplicata 54. A 7 duplicata darà 28, e triplicata darà 63. A 10 duplicata darà 40. A 11 duplicata darà 44, e così dell'altre sin'à A 15, che duplicate darà 60.

Per essaminare poi gl'altri punti, si prenda da vno di questi già certi, e determinati la distanza sin'à B, e s'applichi in A,

e caderà nel punto proſſimamente maggiore; di nuouo ſi prenda dall'iſteſſo punto ſin'ad A, e s'applichi in B, e caderà nel punto proſſimamente minore, ſe da principio s'oprò giuſtamente. Come per eſſempio, habbiamo certo il punto di 16, prendo la diſtanza B 16, e dourà darmi A 17; e così A 16 dourà dare B 15: il che ſe ſarà, moſtrerà, che quando ſi preſe B 14 per notare A 15, s'era oprato bene. E così de gl'altri.

Vn'altra maniera aſſai facile per trouare i lati de'quadrati ſi hà col beneficio d'vn ſemicircolo deſcritto ſopra la lunghezza, di cui deu'eſſere la linea Geometrica; e ſia il ſemicircolo ſopra la linea AZ.

Prendaſi il lato del primo quadrato in vna commoda diſtanza dal centro dello ſtromento; e ſia AF, la quale ſia applicata al ſemicircolo dall'eſtremità del diametro A, e dal punto F ſi tiri la perpendicolare FG, che prolongata in D tagliarà il lato del rettangolo AC. Ora la diſtanza AG ſi replichi in H, I, K, &c. quante volte ci può capire; e ſimilmente la BD ſi replichi in E, O, &c. le quali ſono vguali alle prime. Tirate dunque le linee EH, OI, &c. ſaranno tutte parallele alla DG, e perciò perpendicolari al diametro AZ, e ſegaranno la circonferenza in S, T, V, X, Y. Dico che AS è il lato del quadrato duplo di AF, & AT è lato del triplo, e così di

mano

mano in mano. Onde se queste linee AS, AT, &c. si traportaranno su la linea Geometrica da diuidersi, sarà fatta la giusta diuisione.

E che questi sian' i lati che si cercano, è manifesto dall' 8. del 6. perche AF è media proportionale trà AZ, & AG, onde per la 17 del 6 il quadrato di AF è vguale al rettangolo di AZ in AG. Similmente per la stessa ragione il quadrato di AS è vguale al rettangolo di AZ in AH: dunque li quadrati di AF, & AS, sono come i rettangoli di AZ in AG, & AZ in AH. Mà perche questi rettangoli hanno la stessa altezza AZ, sono per la prima del 6. come le basi AG, & AH, e di queste la seconda è dupla della prima; dunque anche il rettangolo di AZ, & AH, cioè il quadrato di AS è doppio del rettangolo di AZ in AG, cioè del quadrato di AF.

Così dimostrarassi il rettangolo di AZ in AI, cioè il quadrato di *A*T, esser triplo del rettangolo di *A*C in *A*G, cioè del quadrato di *A*F, essendo che *A*I è tripla di *A*G. E così di tutti gli altri. *A*uuertasi però, che per hauer il semicircolo preparato conforme all'intento, basterà segnare nella circonferenza i punti doue si taglia dalla regola applicata alli punti opposti del rettangolo *A*C, senza tirare le linee parallele, ne meno le linee suttendenti gli archi; perche bastarà prendere con il compasso le distanze *A*F, *A*S, *A*T, &c. e traportarle sù lo stromento.

Fatte sù la lastra di rame queste diuisioni (le quali fatte vna volta per vno stromento, seruiranno all'*A*rtefice per molti altri senza nuoua fatica) altro non resta, che con diligenza traportarle sù la linea *A*Z dello stromento, e nello stesso tempo, che vna diuisione si segna nell' *A*Z, si deue segnare nell' *A*S, acciò ciascuna sia vgualmente presa dal centro *A*. E nel

tra-

traportarle stimo sarà più facile, e sicuro prender sempre nella linea la distanza di ciascun punto dall'A: se forsi nel progresso, quando conuien'allargar' assai il compasso, non si giudicasse di prendere le distanze da traportarsi da vn qualch'altro punto più vicino; nel che l'isperienza insegnerà a ciascuno ciò, che gli tornerà più a conto per la facilità d'operare, e per la sicurezza della precisione, & aggiustatezza necessaria al fine preteso. Mà se tirate sù lo stromento le linee AZ, & AS, ti fidassi d'allargar lo stromento in modo, che fossi sicuro, che le dette due linee facessero vn'angolo retto (il che conosceresti con l'applicatione d'vna squadra giustissima, ouero fatto vn quadrato d'vna linea vguale ad A F, allargassi lo stromento in modo, che il diametro di detto quadrato fosse l'interuallo FG) in tal caso, senza traportar le diuisioni fatte prima in vna lastra, si potriano far' immediatamente nello stesso stromento ritenuto in quella apertura, poiche è lo stesso, che se fosse vna lastra.

Se ben'il modo sin'ora prescritto per segnar' i lati de' quadrati è sicurissimo, e Geometrico, e perciò il più preciso; nientedimeno ò gl'Artefici non vorranno prendersi tanta briga, la quale forsi stimeranno maggiore di quello, che realmente è, ò alcuno temerà, che quello traportare li punti della lastra sù lo stromento possa portar qualche variatione, ò anche si vorrà con altro modo di operare prouare, quanto precisamente siano notati li punti in questa linea quadratica, ò Geometrica, che chiamar la vogliamo. Perciò ecco vn'altra forma mecanica, in cui ci seruirà la linea Aritmetica del Capo precedente.

Questo consiste in estrarre la Radice quadrata di ciascun numero dall' 1 sin' al 64, come se fosse quadrato: e se ben'è

certo,

certo, che non essendo tutti quadrati, non hanno precisamente la Radice, ad ogni modo si può auuicinar'assai alla vera Radice, con inuestigare in parti millesime la frattione, che s'aggiunge al numero intiero. Il che si fà con aggiunger'al numero, la cui radice quadrata si cerca, sei zeri, poiche così verrà vna radice di quattro figure, e l'vltime trè saranno millesime: così per hauere la radice di 3, cauo la radice quadrata dal 3000000, e venendo 1732, dico la radice del 3 esser 1 $\frac{732}{1000}$. E così de gl'altri numeri, come nella tauoletta quì aggiunta si può vedere; in cui dirimpetto à ciascun numero stà la sua radice, le cui trè vltime figure sono millesime parti dell'vnità. Mà perche nè meno si vien precisamente nel numero delle millesime, perciò quando vi si dourebbe aggiunger qualche cosa, s'è posto il segno †; come quando l'vltima figura è vn poco troppo grande, e si douria leuar qualche cosa, s'è posto il segno --: Tutta però la differenza dell' aggiunger, ò leuare non arriua ad vna millesima; onde si vede, che nell'operatione ordinaria di stromento non molto grande non può esser la differenza d'vna punta di compasso; e perciò si può adoperare francamente tutto il numero notato.

Tauola

Tauola de' numeri con le ſue Radici Quadrate eſpreſſe in particelle Milleſime dell'Vnità.

Quad.	Radici	Quad.	Radici	Quad.	Radici	Quad.	Radici
1	1000	17	4123†	33	5744†	49	7000
2	1415-	18	4242†	34	5830†	50	7071†
3	1732†	19	4359	35	5916†	51	7142-
4	2000	20	4472†	36	6000	52	7212-
5	2236†	21	4582†	37	6082†	53	7280†
6	2450-	22	4690†	38	6164†	54	7348†
7	2646-	23	4796-	39	6245-	55	7416†
8	2828†	24	4898†	40	6324†	56	7484
9	3000	25	5000	41	6404-	57	7550-
10	3162†	26	5099†	42	6480	58	7616-
11	3316†	27	5169†	43	6558-	59	7682-
12	3465-	28	5292-	44	6633†	60	7746-
13	3606-	29	5386-	45	6708†	61	7810†
14	3742-	30	5478-	46	6782†	62	7874†
15	3872†	31	5568-	47	6856-	63	7937†
16	4000	32	5656†	48	6928†	64	8000

E per ſodisfar' al dubbio, che alcuno potria hauere, per qual cagione potendoſi tutte le Radici notare vn poco maggiori, ò tutte vn poco minori, altre ſi ſiano notate maggiori del douere col ſegno --, altre minori col ſegno †; dico eſſerſi ciò fatto, perche la radice vera è più vicina al numero ſegnato, che à quello, che foſſe minore, ò maggiore per vna milleſima: e poi s'è hauuto riſguardo di far sì, che con queſta alternatione ora di più, ora di meno ſi venga a conſeruare quanto ſi può la giuſta miſura, la quale, aggiunte inſieme quelle piccole, & inſenſibili differenze, nel progreſſo verrebbe ad alterarſi notabilmente.

Che ſe la lunghezza del lato del primo quadrato non foſſe tale, che occorreſſe eſſer ſollecito delle parti milleſime, baſterà prendere le centeſime, laſciando l'vltima figura della tauo-

cauoletta, massime se hauesse aggiunto il segno --, e fosse minore di 5 : e se quest'vltima figura fosse maggiore del 5, & hauesse aggiunto il segno +, potrà accrescersi la penultima figura d'vn' vnità. Come per essempio, la radice di 2 è 1.415, basterà prendere 141, cioè applicata AF all'interuallo 50. 50 (come s'è detto nel Cap. 2. Quest. 9.) pigliare l'interuallo della metà di detto numero, cioè 70 $\frac{1}{2}$. 70 $\frac{1}{2}$, e questa sarà la lunghezza di A 2, lato del quadrato duplo. Per il contrario la radice di 8 è 2828 +, perche l'vltima figura è 8 +, accresco la figura penultima 2 d'vn'vnità, onde sia la radice in centesime 283; e così considerata questa, come se fosse 183, prendo l'interuallo della metà 91 $\frac{1}{2}$. 91 $\frac{1}{2}$, e dal punto F traportandolo, sarà tutta la A 8 radice del quadrato ottuplo: e così de gl'altri. Quando poi l'vltima figura fosse maggiore del 5, & hauesse il segno --, ouero minore del 5 col segno +, si può sicuramente prendere, come se non fosse, senza pericolo di sbaglio notabile, massime quando nella radice antecedente si fosse aggiunta l'vnità alla penultima figura nel modo detto.

Mà se volessi ampliar l'vso di questa linea Geometrica à numeri moltiplici delli numeri in essa segnati, cioè alli doppij, triplici &c. basterà nella AF, & AG lasciate occulte, segnare il lato de' quadrati submultiplici del quadrato di AF; perche con vn compasso prendi la lunghezza AF, e questa applica all'interuallo 2. 2. Dipoi ritenuta quella stessa apertura dello stromento, prendi l'interuallo FG, e questo traportato dal punto A nelle linee AF, AG, segnerà il punto del lato del quadrato, che è la metà del quadrato di AF. Nell'istesso modo la lunghezza AF applica all' interuallo 33, e l'interuallo FG darà la quãtità da segnarsi nelle line AF, AG,

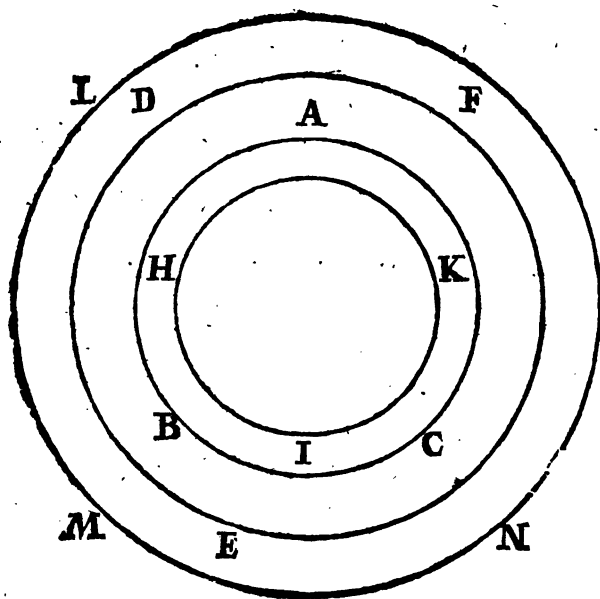
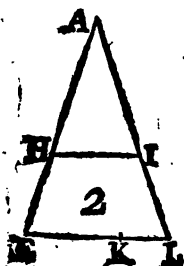
 e sarà

e sarà il lato del quadrato, che è la terza parte del quadrato di AF. E così procedendo in altri numeri, se vorrai la quarta, ò quinta, ò sesta parte del quadrato di AF. Quindi è che cercando il lato d'vn quadrato, che sia al quadrato dato di AF, come 112 à 1, sarà l'istesso, che trouare quello, che sia come 56 à $\frac{1}{2}$ del quadrato AF; ouero volendo vn quadrato, che sia come 147 à 1, sarà l'istesso, come se volessi quello, che è come 49 à $\frac{1}{3}$ del quadrato di AF. Nel che sarà vn gran compendio nell'operare. Noi però di fatto non habbiamo segnato questi punti delle parti del quadrato di AF, per sfuggire la confusione del Lettore, acciò nella figura vedendo li moltiplici, e li submoltiplici di AF, non prendesse gl' vni in vece de gl'altri.

E per non replicar più volte l'istesso con tedio di chi legge, auuerti, che questo stesso, che s'è detto del segnare le parti del quadrato in questa linea Geometrica, si potrà far'anche nella linea cubica, di cui si parlerà nel Capo seguente, adoprando l'istesso modo per segnare nelle AH, AI i lati de'cubi submoltiplici. Onde proposta vna proportione moltiplice, il cui termine maggiore supera il massimo segnato nello stromento, diuidi tal numero per vno delli denominatori delle parti notate, & il quotiente darà l'intiero, che hà alla detta parte l'istessa proportione; come apparisce essere 147 à 1, come 49 à $\frac{1}{3}$.

QVESTIONE PRIMA.

Data vna figura regolare, come si possa descriuerne vn'altra della stessa specie nella proportione, che si desidera.

FIgura Regolare si chiama quella, che hà ne' suoi termini, da' quali è compresa, tutte le parti vniformi; perciò quelle, che hanno molti lati, & angoli, saranno Regolari, se saranno Equilatere, & Equiangole; & il Circolo se bene non hà, propriamente parlando, nè lati, nè angoli, è però figura regolare, perche le parti della circonferenza, che lo termina, sono vniformemente disposte: il che non si può dire dell'Ellipsi, della Parabola, nè dell'Hiperbola, perche con tutto che i termini di tali figure siano regolati da certe, e determinate conditioni, non sono però in ogni sua parte vniformi. Quindi è, che delle Fortezze alcune si chiamano Regolari, perche la figura, che si fortifica è Regolare, cioè Equilatera,& Equiangola. E se bene è manifesto, che non tutte le linee della fortificatione sono trà loro vguali, essendo certo, che la faccia del Baloardo, la spalla, ò fianco, e la cortina, sono trà di loro disuguali: ad ogni modo, perche tutte le cortine trà di loro, tutte le spalle de' Baloardi trà di loro, e tutte le faccie trà di loro sono vguali, anche per questo capo si puonno chiamar Regolari, à differenza dell'Irregolari, doue le cortine sono trà di loro disuguali, e le parti d'vn Baloardo non son'vguali alle lor'homogenee d'vn'altro Baloardo. Noi però qui parlando di figure Regolari, prendiamo quelle, che assolutamente parlando son'Equilatere, & Equiangole, considerandole assolutamente in se stesse, e non come ordinate nel circolo.

Sia primieramente data in numeri la proportione, che deuono hauere le due figure regolari simili; & applicato il lato della figura data al numero delle linee Geometriche AZ, AS, l'interuallo, che sarà al numero, che corrisponde alla figura cercata, darà il lato, che si desidera. Per cagione d'essempio, sia data la linea R lato dello spatio, in cui stà ordinata vna Battaglia quadra di terreno, e vogliamo vn' altr' area pur quadra, che sia il doppio, e quattro quinti della prima: sì che la proportione della prima alla seconda è di 5 à 14. Applico dunque la linea R all'interuallo 5. 5, e poi l'interuallo 14. 14 mi darà la linea S lato del quadrato, che si cerca.

La dimostratione di ciò non è punto differente da quella, che s'apportò per fondamento nel Capo I. Sia AH vguale all'A 5. & AE vguale all'A 14: HI sia la linea R, & EL la linea S. Ora perche come AH ad AE, così HI ad EL, come già si dimostrò, sarà anche

che come il quadrato d'AH al quadrato d'AE, così il quadrato di HI, cioè di R, al quadrato d'EL, cioè di S, per la 22 del lib.6: li due primi quadrati sono come 5 à 14, per la construttione dello stromento; dunque anche li quadrati di R, & S hanno la stessa proportione.

Dalla stessa propositione 22 del lib. 6 si dimostra, che qual si voglia altra specie di figure simili, e similmente poste sopra le due seconde linee R, & S, siano di quanti lati, & angoli essere si vogliano, hanno trà di loro la proportione de' quadrati delle due prime linee segnate sù lo stromento: E così se la linea S fosse data lato d'vn pentagono regolare da fortificarsi, e volessimo metter' in dissegno vn'altro pentagono minore nella proportione di 14 à 10, applicata la linea S alli punti 14. 14, prendasi la distanza 10. 10, e sarà la linea T lato del pentagono regolare, à cui mancano due settimi del maggiore pentagono.

E perche spesso occorre, che douendosi vn dissegno traportare di grande in piccolo secondo vna data proportione, & il lato dato è così grande, che non capisce nello stromento; prendasi vna parte aliquota di detto lato, e con essa s'operi, come se fosse il lato stesso, perche si trouerà la parte aliquota simile del lato cercato; come se la sopradetta linea S fosse la sesta parte del lato del pentagono maggiore, la linea T trouata sarà la sesta del minore. Perche come S à T, così il sestuplo di S al sestuplo di T, dunque per la 22 del 6, come il pentagono di S al pentagono di T, cioè come 14 à 10, così il pentagono del sestuplo di S, al pentagono del sestuplo di T.

Per il contrario volendosi trasportar' vn dissegno d'vna figura regolare di piccolo in grande, può esser' il lato dato tale, che non capisca nell'interuallo del minore de' due numeri

espri-

esprimenti la proportione; & in tal caso si trouino altri due termini maggiori nella stessa proportione: Come per essempio, si debba trouar'il lato d'vn poligono maggiore del poligono dato nella proportione di 3 à 2. Perche il lato S dato non capisce nell'interuallo 2. 2, in vece delli due numeri 2, e 3, prendo 14, e 21 nella stessa proportione; & applicato il lato S al punto 14. 14, la distanza 21. 21, cioè la linea V sarà il lato cercato del poligono sesquialtero del dato.

Ciò che de' poligoni regolari si dice, dee intendersi anche de' circoli, i quali per la 2 del lib. 12 sono nella proportione de' quadrati de' suoi diametri, e perche li quadrati de' diametri sono quadrupli de' quadrati de' semidiametri, saranno anche i circoli nella proportione de' quadrati delli semidiametri. Sì che volendo due circoli in vna determinata proportione, basterà trouar' i lati de' quadrati nella stessa proportione, e quelle linee saranno li semidiametri de' circoli nella bramata proportione. Sia data la forma per improntar' vna moneta d'argento; e se ne vuol far vn'altra per improntar vna moneta, che nella stessa grossezza sia il doppio della prima. Sia la linea R il semidiametro della moneta ABC; applico R al punto 5. 5, e preso l'interuallo 10. 10, trouo T semidiametro della moneta DEF, che sarà doppia della prima: perche essendo ambidue della stessa grossezza, come si suppone, hanno la proportione delle lor basi circolari, per la 11 del lib. 12, e queste hanno la proportione de' quadrati delli loro semidiametri, come s'è detto; e tali quadrati sono come 10 à 5, cioè vno doppio dell'altro.

Di quì vedendosi, che cauato il circolo minore del maggiore, resta il cingolo, ò annello DEFABC vguale al circolo minore ABC, perche egli è la metà del maggiore, si raccoglie il mo-

il modo di trouar'vna portione annulare, che habbia la bramata proportione ad vn circolo dato, ò ad vn'altra portione annulare. Primieramente dal circolo ABC ſi voglia cauar' vna portione, che ſia $\frac{3}{5}$ dello ſteſſo circolo. Veggo, che baſta trouar'il ſemidiametro d'vn circolo, che ſia al dato circolo, come 3 à 5, & applicato il ſemidiametro dato al 5. 5, l'interuallo 3. 3 mi dà il ſemidiametro del circolo HIK, che deſcritto dallo ſteſſo centro laſcia il cingolo ABC, KHI, che è $\frac{2}{5}$ del dato circolo ABC.

Secondo. E' dato il circolo HIK, e voglio trouar'vna portione annulare, che lo contenga vna volta, e due terzi, cioè, che ſia come 5 à 3, mà che le circonferenze, che la terminano ſiano ambidue maggiori di quella del circolo dato. Applico il ſemidiametro dato al punto 3. 3. E poi à mio piacere prendo vn'interuallo di qualche punto maggiore, come ſaria 10. 10, e con queſto dallo ſteſſo centro deſcriuo la circonferenza DEF. Quindi ſe voglio l'altra circonferenza ancor maggiore, perche il cingolo deue eſſere come 5 à 3, prendo l'interuallo di cinque punti più diſtanti dal 10. 10, cioè 15. 15, e deſcritta la circonferenza LMN ſarà il cingolo LMNFDE al circolo HIK, come 5 à 3: poiche il circolo LMN al circolo HIK è come 15 à 3: & al circolo DEF, come 15 à 10, dunque leuato DEF dal circolo LMN, quel che rimane è al dato circolo HIK, come 5 à 3. Mà ſe voglio, che la circonferenza maggiore ſia DEF, prendo l'interuallo di cinque punti minori del 10, & è 5. 5; onde la circonferenza ABC terminarà il cingolo DEFABC, che ſarà al dato circolo, come 5 à 3, come è manifeſto per lo ſteſſo diſcorſo.

Ora dal ſopradetto raccogliendoſi, come li due cingoli AHBICK, & LDMENF ſono come 2 à 5, è chiaro il modo

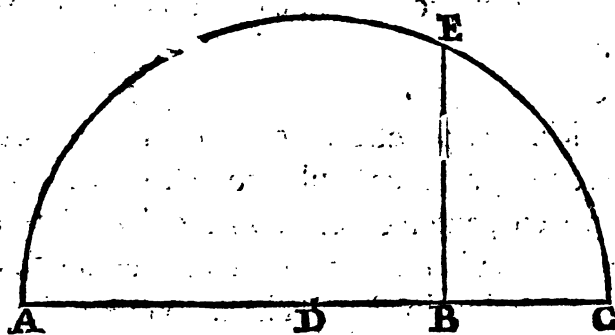
di far

di far due cingoli nella data proportione; come ciascuno senz'altro nuouo discorso può per se stesso raccoglier da quel che sin'ora s'è detto.

Nella stessa maniera volendosi vn circolo vguale à tutta la superficie sferica d'vn globo dato, poiche si sà da Archimede lib. de Sph. & Cylind. prop. 30. che questa è quadrupla del circolo massimo di detta sfera, prendasi il diametro del globo dato, e pongasi nella linea Geometrica all'interuallo d'vn numero, di cui vi sia il quadruplo come al 6.6, e prendasi l'interuallo 24.24, che darà il diametro del circolo vguale alla superficie sferica del globo. Il che si può fare col solo raddoppiare il diametro del globo. Quindi hauendosi vn globo piccolo, nella cui superficie fossero descritte le stelle, e se ne volesse far vn'altro, la cui superficie fosse *sette volte* maggiore, acciò *più distintamente comparissero le stelle*; primieramente trouisi il diametro del circolo vguale alla data superficie sferica, come si è detto; dipoi questo diametro trouato si metta all'interuallo d'vn numero, a cui sia nella linea Geometrica notato vn'altro settuplo, come se si prendesse 4.4, e poi 28.28, e questo secondo interuallo darà il diametro d'vn circolo vguale ad vna superficie sferica settupla della superficie data. Perciò diuiso tal diametro trouato in due parti vguali, la sua metà sarà il diametro del globo di tal superficie.

Mà se la proportione, in cui si deuono formare li due poligoni simili regolari fosse espressa non in numeri, ma con linee; conuerrà trà le due linee esprimenti la proportione trouare vna Media proportionale, per la 13 del lib. 6, e segnate sottilmente le prime due delle trè continue proportionali sù le linee Geometriche AZ, AS, (caso che non cadessero in al-

cuno

cuno de' punti in esse notati) s'applichi il lato del dato poligono all'interuallo, che gli corrisponde, maggiore, ò minore che sia, e l'altro interuallo darà il lato cercato dell'altro poligono. Sia espressa la proportione con le due linee AB, BC, queste si vniscano in vna, e tuta la AC diuisa per metà in D, all' interuallo DA si descriua il semicircolo AEC: e dal punto B alzata la perpendicolare BE, sarà la Media proportionale tra le due date. Dunque sù le linee Geometriche dello stromento AZ, AS, cominciando dal centro A, si segnino sottilmente colla punta del Compasso le linee BE, & AB: e se il lato dato deue esser minore di quello, che si cerca, questo s'applichi nello stromento all'interuallo, doue furono segnati li termini della BE, perche li termini della maggiore AB segnati nello stromento, daranno l'interuallo per il lato maggiore. La ragione di questa operatione è, perche come le linee segnate ne' lati, così sono gl'interualli de' loro estremi, come più volte s'è detto; dunque come i quadrati delle sudette linee, così li quadrati de gl'interualli, per la 22 del lib. 6. Mà il quadrato di AB al quadrato di BE è come la linea AB alla BC, per la 20 del lib. 6; dunque anche i quadrati de gl'interualli, cioè li poligoni simili, sono come AB à BC; come si cercaua.

Quì però deue auuertirsi, che questa operatione non è alli-

gata à questa linea AZ diuisa per le superficie, mà trouata la Media proportionale si può pratticare anche cõ la linea semplicemente diuisa in parti vguali come nel Capo 2. Dal che si caua, che con quella sola linea diuisa vgualmente si puonnò far le operationi de'piani, se la proportione de'numeri s'esprime in linee nella stessa proportione rationale, come s'è insegnato nella Quest. 1. e 2. del Capo 2. e poi tra queste si prenda vna Media proportionale: poiche traportate la prima, e la seconda di queste tre proportionali sul lato dello stromento, gl'interualli daranno ciò, che si cerca; come dal già detto è manifesto. Mà per leuar la briga di trouare la Media proportionale, si fà quest'altra diuisione della linea AZ per i lati de'quadrati commensurabili.

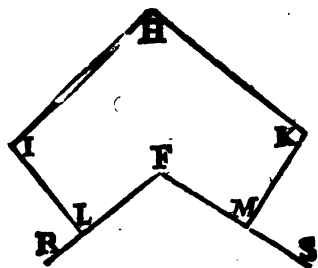
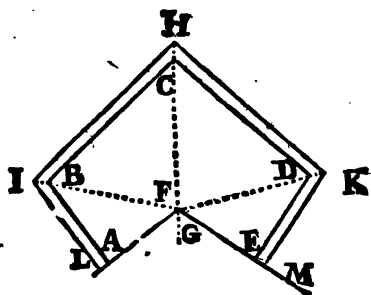
Che se la proportione fosse espressa con due figure rettilinee dissimili, & irregolari; queste, per la 14 del lib. 2. si riducano à quadrati; e poi, come il lato d'vn quadrato al lato dell'altro quadrato, così si faccia il lato del poligono regolare dato, al lato cercato del poligono simile, che si desidera.

QVESTIONE SECONDA.

Data vna figura irregolare, come si possa descriuere vna simile nella bramata proportione.

DVe maniere si puonno tenere per venir all'essecutione di questo Problema. La prima è, pigliando i lati della figura data, e traportando ciascuno sù lo stromento al numero corrispondente all'antecedente della data proportione, e pigliando poi, per il lato, che si cerca, l'interuallo, che dà il numero, con cui s'esprime il conseguente di detta proportio-

ne;

ne; auuertendo di far l'angolo sul fine d'vna linea trouata, vguale all'angolo, che nell'istessa positura gli corrisponde nella figura data. Sia vn Baloardo ABCDEF, e se ne voglia far' vn simile, ma sia vn quarto più di capacità, & ampiezza. Dunque il Dato al Cercato, deue essere, come 4 à 5. ouero come 16 à 20, come più tornerà commodo esprimere la proportione con numeri maggiori, ò minori.

Per tanto tirate le due linee RF, FS, che facciano l'angolo RFS vguale a l'angolo AFE, per la 23 del lib. 1, si prenda la mezza gola FA, e s'applichi all' interuallo 16. 16, poiche l'interuallo 20. 20 darà FL, e perciò anche la sua vguale FM mezze gole del Baloardo maggiore che s'hà à descriuere. Ciò fatto, dalli punti L, & M s'alzino due linee indefinite, che facciano l'angolo FLI vguale all'angolo FAB, e l'angolo FMK vguale all'angolo FED; & applicato il fianco AB all'interuallo 16. 16, si trouarà l'interuallo 20.20, che sarà LI, & il suo vguale MK fianchi del Baloardo maggiore. Quindi si faccia l'angolo I vguale all'angolo B, e l'angolo K vguale all'angolo D, e le due linee IH, KH s'incontreranno nel punto H; e sarà segno, che si sia ben'oprato, se applicando BC all'interuallo 16. 16, l'interuallo 20.20 darà precisamente IH.

E' dunque il Baloardo LIHKMF in proportione sesqui-

quarta al Baloardo dato: poiche, per la 20 del lib. 6. più volte mentouata, sono nella duplicata proportione de'lati homologi, cioè come i quadrati di detti lati: ora perche il quadrato di AF, al quadrato di LF è come 16 à 20, cioè come 4 à 5, anche il Baloardo dato al Baloardo fatto è come 4 à 5.

La seconda maniera è, con prender vn'angolo della figura, e da quello tirar linee rette à tutti gl'angoli, che escano fuori della figura data: poiche trouata vna sola linea sù lo stromento, con solo tirar linee parallele alli lati della data figura, sarà fatto ciò, che si cerca. Sia dato lo stesso Baloardo ABCDEF, e se n'habbia à fare, come di sopra, vno sesquiquarto. Prendo il punto F, e tiro la Capitale FC, prolongandola anche fuori; similmente prolongo FB, FD, FA, FE. Doppo di che applico la Capitale FC all'interuallo 16. 16, e l'interuallo 20. 20 mi dà FH Capitale del maggior Baloardo. Ora dal punto H tiro due parallele alle due faccie CB, CD, che incontrando le prolongate FB, FD in I, & K, fanno le faccie del nuouo Baloardo HI, HK, e similmente dalli punti I, & K tirandosi le IL, KM parallele alle BA, DE, s'hauranno li fianchi del Baloardo maggiore, e determinaranno le sue mezze gole LF, & MF. La dimostratione è la stessa, che di sopra, per la 20 del lib. 6, essendo manifesto per il parallelismo delle linee, che così l'vno, come l'altro Baloardo sono risoluti in triangoli simili.

Fattosi il dissegno à questo modo del maggiore intorno al minore (l'istessa forma d'operare si tiene, quando data vna figura maggiore, se ne voglia far vna minore) non è difficile il traportarlo separatamente, ò col Compasso di tre punte, soprapplicandole alli punti FLI, & alla linea FR applicando le punte, che danno la distanza FL, poiche l'altra punta mostra

ſtra il punto I, per tirar la linea LI, e così di mano inmano: Ouero col Compaſſo ordinario di due punte, col beneficio de gl'archi, che ſi tagliano, cioè nella FR pigliaſi la FL, poi all'interuallo LI ſi deſcriue vn'arco occulto, & all' interuallo FI ſe ne deſcriue vn'altro pur occulto, che tagliando il primo in I, dà il punto per tirar la LI. Similmente à gl'interualli IH, & FH altri due archi daranno nella lor' interſettione il punto H; e nella ſteſſa maniera ſi trouerà il punto K, & il punto M: e congiunti tali punti con linee, ſarà traportato il diſegno fatto intorno alla figura minore data.

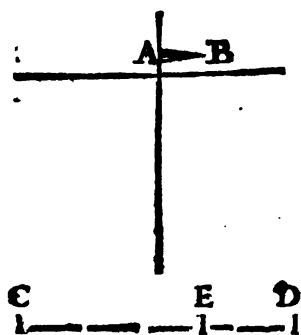
QVESTIONE TERZA.

Data vna linea in vn piano, come s'habbia à trouare la grandezza della linea, che le corriſponde in vn' altro piano ſimile nella data proportione.

OCcorre alcune volte, che eſſendo data vna ſuperficie piana, in cui ſono deſcritte varie linee, ſenza prenderſi la briga di deſcriuere tutta l'altra ſuperficie ſimile maggior, ò minore nella data proportione, vorriamo ſapere, quanta douria eſſere la grandezza d'vna linea, che in quella ſuperficie da farſi corriſpondeſſe ad vna tal linea, che habbiamo nella ſuperficie data. L'operatione è facile, poiche baſterà nello ſtromento prendere nella linea AZ li due numeri eſprimenti la data proportione de' piani, & applicata la data linea all' interuallo del numero congruente, l'interuallo dell' altro numero darà la linea cercata.

Sia per cagion d'eſſempio dato in piccolo il diſſegno d'vn' Orologio à Sole, e ſi voglia ſapere, quanto maggiore dourà

eſſere

eſſere lo ſtile d'vn'Orologio totalmente ſimile in vn'altro piano dato maggiore. Se non sò quanto maggiore, ſia queſto ſecondo piano. Prendo la lunghezza, ò la larghezza del dato Orologio, & applicatala alla lunghezza, ò larghezza del piano, in cui s'hà à deſcriuere il nuouo Orologio, veggo, che proportione habbiano le lunghezze tra loro, ò le larghezze tra loro (poiche è tutto il medeſimo) e preſi li quadrati de' numeri eſprimenti la proportione di dette lunghezze, ò larghezze, queſti daranno la proportione de' piani. Così ſe la lunghezza del diſſegno ſi contiene ſei volte nella lunghezza del piano, le ſuperficie de gl'Orologi ſaranno come 1 à 36. Dunque prendo la lunghezza dello ſtile AB nel diſſegno, e nello ſtromento l'applico all'interuallo 1. 1; poiche l'interuallo 36. 36 mi darà CD lunghezza dello ſtile per l'Orologio da deſcriuerſi nel piano, che è 36 volte maggiore.

Egli è vero, che conoſciuta la proportione de' lati delle ſuperficie, il trouar poi queſte linee ſi può fare per quello, che s'è detto nel primo Capo, con la linea dello ſtromento diuiſa in parti vguali per le linee ſemplici, poiche tali linee hanno tra di loro la proportione de' lati delle figure ſimili; Mà ſe ſia data la proportione ſolamente de' piani, e non quella de'lati, conuien' operare con queſta linea AZ dello ſtromento nel modo detto: e così ſe la proportione de' piani foſſe data, come 1 à 24, la lunghezza dello ſtile douria eſſere CE, prendendoſi l'interuallo 24.24.

La dimoſtratione di ciò, che s'è operato è, perche la proportio-

portione, che vna linea hà ad vn'altra linea dello ſteſſo piano, è l'iſteſſa con la proportione, che nell'altro piano ſimile hanno le due linee homologe, e permutando &c. Dunque data la proportione de' piani ſimili, le linee homologe de' detti piani ſono tali, che li loro quadrati ſono nella proportione de' piani dati. Dunque pigliandoſi nello ſtromento tali due linee, che li loro quadrati hanno la proportione de' piani dati, quella è la grandezza cercata della linea homologa alla linea data.

Mà ſe occoreſſe, che la linea data foſſe così grande, che nello ſtromento non capiſſe all'interuallo del numero, che le corriſponde ne' termini della proportione data, prendaſi vna parte aliquota di detta linea, poiche l'interuallo dell'altro numero della proportione darà vna ſimile parte aliquota della linea, che ſi cerca: perche eſſendo le parti nella proportione de' ſuoi intieri, per la 15 del lib. 5, anche i quadrati delle parti hanno la proportione de' quadrati de' ſuoi intieri, per la 23 del lib. 6. Come ſe la proportione de' piani doueſſe eſſere, come 4 à 63, e la linea nel piano dato foſſe lunga vn palmo, queſta non capirebbe nell'interuallo 4.4; prendaſi dunque tal parte, che commodamente vi capiſca, e ſia la quinta parte; queſta s'applichi all'interuallo 4. 4, e l'interuallo 63. 63 darà la quinta parte della linea, che ſi cerca.

Che ſe alcuno de' termini della proportione foſſe eſpreſſo con vn numero maggiore di quelli, che ſono notati nella linea AZ, veggaſi s'egli ſi può diuidere per qualche numero quadrato, e ſeruaſi del quotiente, per pigliar nello ſtromento l'interuallo, che à tal numero corriſponde; e poi queſto interuallo ſi replichi tante volte, quante vnità ſono nella radice di quel numero quadrato, che ſeruì per diuiſore; che così s'haurà

urà tutta la linea cercata. Per eſſempio, ſia dato il ſemidiametro d'vn circolo, e ſi deſideri il ſemidiametro d'vn'altro circolo, che riſpetto al primo ſia come $2\frac{22}{25}$ à 1. la proportione dunque è come 72 à 25. Applico alli punti 25. 25 il dato ſemidiametro; e perche nella linea AZ dello ſtromento non v'è il num. 72, diuido queſto per vn numero quadrato, come per 9, la cui radice è 3: e venendo il quotiente 8, prendo l'interuallo 8. 8: e perche 3 è radice del 9 diuiſore, triplico la linea trouata all' interuallo 8. 8, e così hò il ſemidiametro cercato d'vn circolo, che ſarà al dato circolo, come 72 à 25. La ragione è, perche l'interuallo 8. 8 dà il raggio d'vn circolo, che è al dato, come 8 à 25. Mà il raggio triplo di quello, è raggio d'vn circolo non cuplo; dunque d'vn circolo, che è come 72.

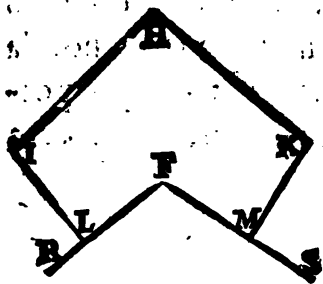
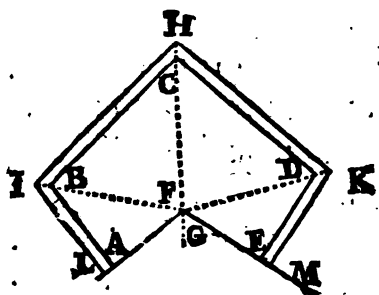
Similmente ſe ambidue li numeri foſſero troppo grandi, ne ſi poteſſero diuidere per lo ſteſſo numero quadrato, baſterà diuidere ciaſcuno per quello, che ſi può, e della linea data prendere la parte, che dimoſtra la radice quadrata del Diuiſore del numero, che le corriſponde. Per eſſempio nella fig. 15 la linea CD è in vna figura piana, e ſi cerca la grandezza di quella, che le corriſponde in vn'altra figura piana, che ſia alla data figura, come 99 à 80. Diuido 80 per il quadrato di 2, che è 4, & il quotiente è 20: perciò diuiſa la CD per metà (poiche 2 è la radice del Diuiſore) queſta metà applico all'interuallo 20. 20. Poi diuiſo il 99 per 9, il quotiente 11 mi moſtra, che debbo prendere l'interuallo 11. 11, e perche la radice del diuiſore è 3, triplico queſt' interuallo, e ſarà ciò che ſi cercaua. La ragione è, perche l'interuallo 20. 20 è l'interuallo 11. 11, danno i lati de' quadrati, che ſono come 20 à 11. Dunque il primo lato duplicato è lato d'vn quadrato,

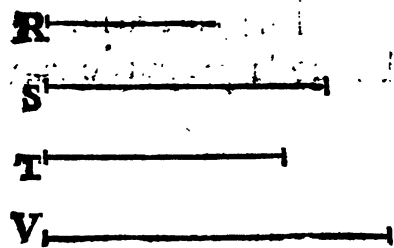
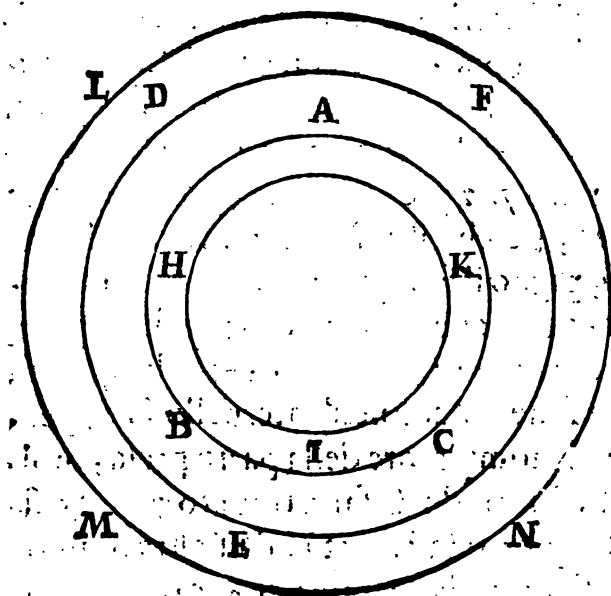
drato, che è quadruplo di 20, cioè come 80, & il secondo lato triplicato è lato d'vn quadrato noncuplo di 11, cioè come 99.

Se poi li due numeri esprimenti la proportione del piano sono tali, che niuno d'essi si possa diuidere per alcuno de' numeri quadrati, si riducano ad altri numeri, che prossimamente esprimano la data proportione, se bene non tanto precisamente; quando l'operatione Mecanica non richiede tanta accuratezza. Il che si fà prendendo ò il massimo numero, ò vno de' maggiori di quelli, che sono notati nello stromento, e questo moltiplicato per il minore delli due della proportione, il prodotto diuiso per l'altro numero, che resta, cioè per il termine maggiore della proportione, il quotiente darà l'altro numero, che sarà il termine minore, con cui si esprime la proportione ridotta à questa nuoua denominatione. Per essempio debbano esser due piani, che habbiano la proportione di 223 à 71: prendo per nuouo termine maggiore 62, che moltiplicato per il minore 71, produce 4402, il quale diuiso per il maggiore 223, dà per nuouo termine $19\frac{165}{223}$, che è quasi $19\frac{3}{4}$: onde prendendo l'interuallo vn poco minore di 20.20, s'haurà quanto basta per operare fisicamente. Che se vi fosse di mestieri di maggior precisione, conuerrebbe in tal caso operare conforme alle regole della Geometria, trouando la media proportionale tra due linee, che haueßero la proportione data de' piani, e quella media saria la lunghezza cercata della linea.

QVESTIONE QVARTA.

Date due figure piane simili trouar la loro proportione.

NOn si vuol negare, che vi siano delle figure simili, la cui proportione non si può esprimere con numeri, come quelle, che sono incommensurabili, & hanno i lati homologi incommensurabili di lunghezza, e di potenza, come si parla nel lib. 10 d'Euclide. Ad ogni modo, per la prattica, à cui serue questo stromento, basterà trouare appresso di poco, qual sia la loro proportione. E per far ciò, con due distinti compassi si prenda la lunghezza de' lati homologi delle figure, cioè di quelli, che sono frapposti fra gl'angoli simili, e posta la linea minore ad vn' interuallo, che si stimerà più à proposito, conforme à ciò che la prattica insegnarà, veggasi sù qual' interuallo capisca l'altra linea maggiore; & i numeri, ne' quali caderà questa applicatione, esprimeranno la proportione. Come per essempio, sono dati li due Baloardi simili, e si desidera sapere, che proportione habbiano; prendo con due compassi la lunghezza delle faccie CD, & HK; & applicata CD all'interuallo 24. 24, trouo, che HK cade nell'interuallo 30. 30, onde cauo, che le lor'aree sono come 24 à 30, cioè come 4 à 5.

E quì

E quì è da auuertire esser meglio applicare la linea minore à tal'apertura dello stromento, che la maggiore venga à cadere verso li numeri maggiori, perche essendo li punti delle diuisioni verso il fine dello stromento tra di loro poco distanti, si vien'anche à trouare più precisamente l'interuallo capace della maggiore, passandosi dall'vn punto all' altro con poca differenza, doue che nelle parti dello stromento più vicine al centro non è così facile, che si affronti precisamente in tal'apertura, che li due Compassi si possano giustamente applicare à' punti, che si cercano. Così sia il circolo HIK la larghezza d'vn cannello di bronzo, per cui vno riceue l'acqua dal bottino d'vna fontana; & il circolo DEF sia la larghezza d'vn'altro cannello, per cui l'acqua della stessa fontana si deriua ad vn'altro: si cerca la proportione dell'acqua, che ciascuno riceue, quanto è per questo capo.

Prendo il semidiametro, ò il diametro del primo, e l'applico all'interuallo 15.15; dipoi veggo doue cada il semidiametro,

 ò dia-

ò diametro dell'altro, e trouo, che cade nel 50; dunque argomento, che l'acqua si diuide trà questi due nella proportione di 15 à 50, cioè di 3 à 10.

Che se le linee date fossero troppo lunghe, già dalle cose dette di sopra si caua, in qual maniera possiamo seruirci delle lor parti aliquote. Se si piglia d'amendue la stessa parte aliquota, come la metà, ò il terzo di ciascuna, li numeri in cui cadono, esprimono la proportione, perche la stessa proportione è de' quadrati de gl'intieri, e de' quadrati delle parti simili. Se vna linea è stata applicata intiera, e dell'altra s'è applicata vna parte, il numero in cui cade, si moltiplichi per il quadrato del denominatore della parte; come se la linea minore si fosse applicata al 27. 27, e della maggiore presa la metà, cadesse nel 18. 18, perche il 2 è denominatore della parte, cioè della metà, piglio il suo quadrato 4, e moltiplicato per esso il 18, trouo, che viene 72; onde dico, che li piani sono come 27 à 72, cioè come 3 à 8. Se in vece della metà hauesse preso il terzo, e fosse caduto nell' interuallo 8. 8, perche 9 è quadrato del 3 denominatore della parte presa, moltiplicato 8 per 9, all'istesso modo si saria trouato 72. Se finalmente d'vna linea si fosse presa la metà, dell'altra il quinto, il num. della prima si moltiplicarebbe per 4, e quello della seconda per 25, che sono i quadrati de' denominatori delle parti prese, & i prodotti esprimerebbono la proportione cercata de' piani simili.

QVE-

QVESTIONE QVINTA.

Date due, ò più figure piane simili, trouarne vna simile vguale à tutte quelle insieme.

OCcorre alle volte hauer'alcune figure la somma delle quali si vuol'hauere in vna sola figura simile à quelle: e se bene ciò si può pratticare, mediante la 47 del lib. 1, come apparisce da ciò, che s'è detto nella descrittione di queste linee Geometriche; ad ogni modo senz'altro trauaglio facilmente si troua il lato della figura, che si cerca mediante questo stromento. Siano dati due, ò più pentagoni, per farne vno simile vguale à tutti insieme. Prendo con tanti compassi, quante sono le figure date, li lati di dette figure, e conforme alla Questione precedente trouo la proportione di dette figure tra di loro: e considerati i numeri esprimenti la proportione, li riduco in vna somma, & il numero, che ne risulta è quello, à cui nelle linee Geometriche si deue prender l'interuallo, per hauer'il lato del pentagono, che si cerca. Così se si è trouato, che la proportione delli dati due pentagoni è come 7 à 10. il pentagono vguale à tutti due sarà come 17; onde ritenuta quella stessa apertura dello stromento, prendo l'interuallo 17. 17, e questo è il lato del pentagono vguale alli due pentagoni dati.

Mà se essendo più di due le figure date, ò non hauessi tanti compassi, quante son quelle, ouero nella stessa apertura di stromento non si trouasse, che cadessero giustamente sù li punti, si faccia così: se ne prendano due di quelli, che cadendo sù li punti mostrano la proportione, e se ne troui vno

vgua-

vguale à quelli, come ſopra, & è ſtato all'interuallo 17. 17. Ritengo con vn compaſſo queſto interuallo, e con vn'altro compaſſo prendo il lato del terzo pentagono dato, & applicando queſti due compaſſi alle linee Geometriche con altra apertura di ſtromento, trouo la proportione loro, e cadano per eſſempio sù li punti 12.12, e 13.13: dunque il pentagono vguale à queſti due ſarà come 25, & all'interuallo 25.25, haurò il lato conueniente al pentagono vguale alli tre pentagoni dati.

QVESTIONE SESTA.

Date due figure piane ſimili, e diſuguali, trouar' vna figura ſimile vguale alla lor differenza.

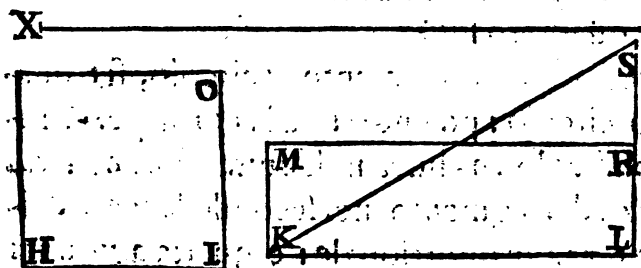
QVeſta operatione ſeguita per il conuerſo della precedente, perche ſe vniti i numeri eſprimenti la proportione ſi troua la ſomma, ſottratto il minore dal maggiore ſi hà il reſiduo. Dati dunque due Baloardi ſimili nella figura della queſtione 4, ſe ne voglia far vno vguale alla lor differenza; prendo in eſſi due lati homologi, per eſſempio le mezze gole FE, FM, & applicatele allo ſtromento nelle linee Geometriche, trouo, che cadono ne' punti 16, e 20; onde la proportione de' piani è nota, ſottrago il 16 dal 20, & il reſiduo 4 mi moſtra, che all'interuallo 4.4, haurò la mezza gola del Baloardo ſimile vguale alla loro differenza.

QVE-

QVESTIONE SETTIMA.

Date due linee, come possa trouarsi la terza proportionale.

SI piglino le lunghezze delle due linee date con due distinti compassi, e s'appplichino allo stromento nel modo detto alla questione precedente: e si osserui sopra quali numeri cadano. Dipoi la lunghezza della prima s'applichi nella linea Aritmetica, di cui si parlò nel Capo 2, al numero, che le corrisponde; perche l'interuallo, che nella stessa linea Aritmetica darà l'altro numero corrispondente nella linea Geometrica, sarà la terza proportionale, che si cerca.

Siano date due linee T, V, alle quali conuenga trouare la terza proportionale: le applico nella linea Geometrica AZ, AS, e trouo, che T cade nell' interuallo 17. 17, & V cade nell'interuallo 33. 33. Perciò nella linea Aritmetica AE, AL della figura 1 applico la linea data T all'interuallo 17. 17, e l'interuallo 33. 33, nella stessa linea darà la terza proportionale X. La dimostratione è manifesta, perche di tre continue proportionali la proportione della prima alla terza è duplicata della proportione della prima alla seconda, cioè come

come il quadrato della prima al quadrato della seconda, così la prima alla terza. Or essendo il quadrato di T al quadrato di V, come 17 à 33, come mostrò la linea Geometrica, & essendo la T alla X, come 17 à 33, come s'è fatto con la linea Aritmetica; ne seguita, che la T alla X hà la proportione del quadrato di D al quadrato di V, e perciò continua la proportione della linea T alla linea V.

Quindi se sarà dato il quadrato HO sopra la linea HI, che rappresenta vn campo di terra; e sarà data la linea KL fianco d'vn' altro pezzo di terra, che debba esser' vguale al detto quadrato HO, si vede esser necessario trouar' vna Terza proportionale, à fine, che si faccia il rettangolo vguale al quadrato, per la 17 del lib. 6. Applico dunque le due linee HI, KL alla linea Geometrica, e vego, che cadono ne gl'interualli quella 14. 14, questa 49. 49. Perciò nella linea Aritmetica applico la linea KL all'interuallo 49. 49, e l'interuallo 14. 14 nella stessa linea Aritmetica mi dà la KM; onde il rettangolo ML è vguale al quadrato HO.

Della stessa maniera dato vn segmento di circolo, si trouarà il diametro di esso circolo: poiche diuisa la corda per mezzo, e tirata à perpendicolo vna linea indefinita, si ponga in primo luogo l'altezza del segmento, nel secondo la metà della corda, e trouisi la terza proportionale: e questa aggionta all'altezza del segmento, darà il diametro del circolo, come apparisce dalla 13 del lib. 6.

QVE-

QVESTIONE OTTAVA.

Come si troui vna media proportionale tra due linee date, e si faccia vn Quadrato vguale ad vna figura rettilinea.

SE la proportione delle linee date è conosciuta in numeri, si applichi nella linea Geometrica vna delle date linee all'interuallo d'vno de' numeri, ch'esprimono la proportione delle due linee estreme, poiche l'interuallo corrispondente all'altro di detti numeri darà la lunghezza della media proportionale. Mà se non si sà, che proportione habbiano tra di loro le due linee estreme date, questa si troui sù la linea Aritmetica nel modo insegnato alla Questione 5. del Cap. 2, e poi s'opri, come s'è detto.

Sia dato vn triangolo KSL nella fig. della quest. antecedente, e si voglia vn quadrato, che gli sia vguale. Per quello, che si caua dalla 41. del lib. 1, il sudetto triangolo è vguale al parallelogrammo rettangolo, che habbia la stessa base, e la metà dell'altezza perpendicolare, ò la stessa altezza è la metà della base. Dunque se si trouerà vna media proportionale tra la base, e la metà dell' altezza perpendicolare del triangolo, questa sarà il lato del quadrato vguale al triangolo dato KSL, essendo che per la 17 del 6, il quadrato di quella è vguale al rettangolo sotto le due estreme. Diuido dunque per metà l'altezza SL in R, e nella linea Aritmetica applicate KL, & LR, trouo, che la prima è 49, la seconda 14: perciò nella linea Geometrica applico KL all' interuallo 49. 49, e nella stessa preso l'interuallo 14. 14, dà la linea HI media

dia proportionale cercata, il cui quadrato HO è vguale al dato triangolo KSL. E che HI sia la media proportionale cercata è manifesto, perche per la costruttione dello stromento il quadrato di KL al quadrato di HI è come 49 à 14, cioè come la linea KL ad LR: dunque essendo la proportione di KL ad LR duplicata della proportione di KL ad HI, saranno continuamente proportionali KL, HI, LR. Che se la figura sia di molti lati, si risolua in triangoli, & in ciascheduno si tiri la perpendicolare, e trouisi il quadrato di ciascun triangolo, e poi per la quest. 5. si troui il quadrato vguale à tutti questi quadrati.

QVESTIONE NONA.

Descriuere con facilità una Parabola.

E' Dimostrato, che nella Parabola li quadrati delle linee Applicate al diametro sono in tal proportione, quale hanno le Saette (che sono la parte del diametro intercetta tra'l punto dell'Applicatione, & il Vertice della Parabola) essendoche ciascun Quadrato delle Applicate è vguale al rettangolo fatto dalla Saetta, e dal lato Retto; e perciò hauendo tutti i rettangoli l'altezza medesima, che è il lato Retto, hanno la proportione delle basi, cioè delle Saette.

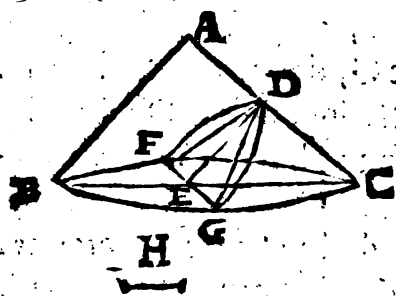
Preso dunque il Diametro della Parabola si diuida in quante si vogliano parti vguali cominciando dal Vertice, e per i punti delle diuisioni si tirino linee parallele tra di loro, ò siano perpendicolari al diametro, ò oblique, come più piacerà. Dipoi prendasi il lato Retto, se è dato, e tra esso, e la prima Saetta, trouisi vna Media proportionale, per la quest. 8, e que-

sta sarà la grandezza della prima Applicata. Ciò fatto, pongasi questa prima Applicata tra li punti 1. 1. della linea Geometrica; e poscia presa la distanza 2. 2. si ponga nella seconda parallela, e sarà la seconda Applicata; nella terza parallela si metta la distanza 3. 3. e sarà la terza Applicata, e così di mano in mano. Finalmente la linea, che passarà per questi punti estremi delle Applicate, sarà Parabolica.

Che se il lato Retto non è dato, prendasi la prima Applicata grande ad arbitrio, e si operi, come si è detto; e ad vna delle Saette, & alla sua Applicata trouandosi per la quest. 7. la Terza Proportionale sarà il lato Retto di tal Parabola.

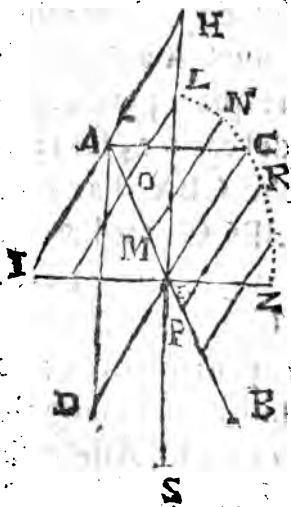
QVESTIONE DECIMA.

Data vna Parabola in vn Cono dato, trouar vn Quadrato à lei vguale.

Sia dato il Cono ABC, e dal punto D sia fatta la Settione, che genera la Parabola FDG. Or essendo DE parallela ad AB, come CA à CB, così CD à CE, la quale perciò, per la quest. 3. del capo 2, sarà nota. E perche CB è diametro del circolo BFCG, tagliata ad angoli retti dalla settione FG, perciò tra CE, & EB si troui la Media Proportionale, e sarà EG, conforme alla 13. del 6. Ora il Massimo Triangolo della Parabola ha per base FG, e per altezza ED Asse della Parabola, e perciò è vguale al rettangolo fatto da ED, EG.

Dunque tra ED, EG si troui vna Media proportionale, e sia per cagione d'esempio la linea H; & il quadrato di questa sarà vguale al Triangolo massimo della Parabola FDG. Finalmente, perche dalle cose dimostrate da Archimede la Parabola al suo massimo Triangolo è come 4 à 3, quella linea vltimamente trouata H pongasi nella linea Geometrica all'interuallo 3.3, e poi si prenda l'interuallo 4.4: che questo darà vna linea il cui quadrato è vguale alla Parabola data, essendo anch'egli sesquiterzo del massimo Triangolo medesimo.

QVESTIONE VNDECIMA.

Date due linee vguali, che si tagliano per mezzo obliquamente, descriuere intorno ad esse vn'Ellipsi.

Siano le due linee AB, CD, che si tagliano per mezzo obliquamente in E; & intorno ad esse habbiasi à descriuer vn' Ellipsi, di cui elle sono i diametri coniugati vguali. Prima si trouino gli Assi: ilche breuemente si fà tirando le linee AC, AD; e queste diuise vgualmente in F, e G, dal centro E si tirino le linee EH, EI indefinite: Queste si dimostra, che sono gli Assi, perche essendo li punti D, A, C, estremità delli diametri vguali dati nella circonferenza dell'Ellipsi, così la linea AD, come la AC sono Applicate, quella al diametro EI, e questa al diametro EH. Ora perche AE è vguale ad EC, per l'hipotesi,

tesi, & AF vguale à FC per la costruttione, e FE è commune, sono li Triangoli AFE, CFE vguali, e gli angoli posti à F sono vguali, e perciò retti: dunque il diametro EH è Asse. Similmente si dimostra gli angoli à G esser retti, e per conseguenza il diametro E I esser Asse.

Per trouar il termine de gli Assi, dal punto A si tiri vna parallela all'altro diametro DC, la quale è Tangente dell'Ellipsi, e taglia gli Assi in H, & I. Trouisi dunque tra EF, & EH, la media Proportionale EL, per la quest. 8, e questo è il termine dell'Asse maggiore: e similmente tra EG, & EI, trouisi la Media proportionale EK, & è K termine dell'Asse minore. Tirata per tanto la KL è Applicata al diametro AB.

Ciò fatto, nel Diametro AB prendansi quelli punti che si vogliono M, P, & altri, e si tirino linee parallele all'Applicata KL, ò pure al diametro DC, che tutto torna allo stesso. E per hauere la quantità di queste, si prenda, per la quest. 8, la media proportionale tra li due segmenti del diametro: così tra AM, MB sia MN; e tra AP, PB sia PR, e così dell'altre: perche li punti N, R, &c. sono anch'essi nella circonferenza stessa con gli altri. Il che si dimostra, perche nell'Ellipsi i Quadrati delle Applicate sono nella proportione delli Rettangoli fatti dalli segmenti del diametro, à cui sono Applicate. Onde come il rettangolo AOB al rettangolo AMB, così il Quadrato OL al Quadrato MN: e così in realtà sono, essendosi poste OL, MN medie Proportionali.

E che li Quadrati delle Applicate all'vno de' Diametri coniugati vguali, siano vguali alli Rettangoli fatti dalli segmenti, è manifesto; perche come il rettangolo AEB al Quadrato EC, così il rettangolo AOB al Quadrato OL: Mà il rettangolo AEB è vguale al Quadrato EC (essendo vguali le trè linee EA,

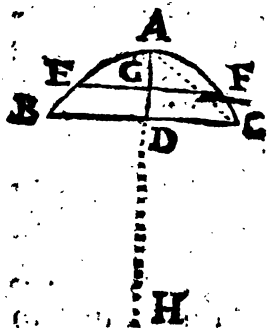
EA, EB, EC, per l'hipotesi) dunque anche il rettangolo AOB è vguale al Quadrato OL, & AMB al Quadrato MN.

Auuertasi dalli meno prattici, che tal modo di descriuere l'Ellipsi con le Medie proportionali al modo sodetto, conuiene solo alli diametri coniugati vguali.

Nella maniera che si è descrita vna quarta parte dell' Ellipsi, si fà il quadrante opposto; e l'istesso artificio si vsa con gli altri quadranti; il che non hò fatto in questo esempio per isfuggire la confusione delle linee. Che poi HS, & IZ siano gli Assi, che ad angoli retti si tagliano in E, è manifesto; perche da E vscendo trè linee EA, EC, ED vguali, quello è centro del circolo, che passa per li punti estremi, onde CAD è angolo retto, essendo nel semicircolo; e perciò AC, & IE sono parallele, e l'angolo IEF è vguale all'angolo AFE retto, poiche tutti due insieme si vguagliano à due retti.

QVESTIONE DVODECIMA.

Data vna portione di Ouato trouar il restante del suo diametro.

A E G F B C D H

Sia data la portione Elliptica BAC, in cui sia tirata la retta BC, e diuisa per mezzo in D; à questa tirisi parallela vn'altra linea EF similmente diuisa in G. Quindi per D, e G tirata la retta DA sarà parte del Diametro, di cui si cerca il residuo DH. Prendansi le Applicate DC, e FG, e la proportione de' loro Quadrati si troui nella linea Geometrica: Dipoi nella linea Aritmetica

ca si troui la proportione delle linee GA, DA.

Ora, perche come il Quadrato di GF al Quadrato di DC, così è il rettangolo AGH al rettangolo ADH; perciò à fine di trouare la DH, questa si metta 1℞ al modo gli Algebristi. E suppongasi, che GA sia 3, e DA sia 5: dunque GD è 2: e così GH è 2 + 1℞. Dunque il rettangolo *A*GH è 6 + 3℞, & il rettangolo *A*DH è 5℞. Quindi è, che trouatosi il Quadrato di GF essere 17, & il Quadrato di DC 25 (per cagion d'essempio) sarà come 17 à 25, così 6 + 3℞, à 5℞: e per la 16 del 6, ò 19 del 7. saranno 85℞ vguali à 150 + 75℞, e leuate da ambe le parti 75℞, restano 10℞ vguali à 150; diuiso 150 per 10, il Quotiente 15 dà la quantità di vna Radice, cioè DH, che è 15 parti di quelle, che in DA sono 5; e tutto il diametro AH è di parti 20.

Quindi per vedere se il diametro *A*H sia Asse dell'Ellipsi, osseruisi, se l'angolo CDA sia retto, ò nò: il che facilmente si farà mettendo nella linea Geometrica la DC all'interuallo 25.25, come si trouò; e vedendo doue capisca la DA, aggiongansi questi due Quadrati. Dipoi tirata la retta *A*C anch'ella applicata alla linea Geometrica, ritenuta la stessa apertura dello stromento, mostrarà il suo Quadrato: il quale se sarà vguale alla somma di que' due Quadrati, l'angolo CD*A* è retto, per la 48 del 1: se è maggiore, l'angolo è ottuso per la 12 del 2, e se è minore l'angolo è acuto per la 13 del 2. Se dunque non è angolo retto, quel diametro non è *A*sse.

QVE-

QVESTIONE DECIMATERZA.

Dalli due diametri d'vn Ellipsi trouar l'area.

PRimieramente si faccia come 14 à 11, così il Quadrato del diametro maggiore ad vn'altro, e sarà l'area del circolo di detto diametro, per la 2. di Archimede lib. de dimens. circuli. Dipoi per le cose dimostrate dall'istesso Archimede lib. de Conoid. & Sphæroid. prop. 5. Facciasi come il diametro maggiore al minore, così il Quadrato del diametro maggiore ad vn'altro, e sarà l'area dell'Ellipsi.

Perciò nelle linee Geometriche pongasi la linea data, che è maggior diametro dell'Ellipsi, all'interuallo 14, 14, e di poi prendasi l'interuallo 11. 11, e sarà lato d'vn Quadrato vguale al circolo di detto diametro.

Dipoi habbiasi in numeri la proportione delli due Diametri dati, e sia per cagion d'essempio 15 a 13. Dunque quell'interuallo trouato tra 11. 11, si ponga tra 15. 15, poiche l'interuallo 13. 13, darà il lato del Quadrato, che è vguale all'area dell'Ellipsi cercata.

Finalmente quest'vltimo lato trouato si paragoni col diametro maggiore dato, e sì come è noto il Quadrato di esso diametro maggiore, così sarà noto il Quadrato del lato vltimamente trouato, e per conseguenza sarà nota l'area dell'Ellipsi.

QVE-

QVESTIONE DECIMAQVARTA.

Dato vn numero, trouare la sua radice quadrata.

E' Vero, che non tutti li numeri sono quadrati, e perciò non hanno la radice precisa, ad ogni modo, per le operationi Fisiche, ci basta la radice più vicina ne' numeri intieri, e nel formare squadroni quadri di gente, non occorre saper li rotti. Mà perche tutti li numeri di sotto del 100. sono di due sole figure, perciò nello stromento non si trouerà immediatamente, che la radice di numeri non maggiori di quattro figure, perche vn numero di tre, ò quattro figure hà la radice di due figure, mà se il numero habbia cinque, ò sei figure, la radice è di tre figure, come è manifesto, & allhora si richiede qualch'altro artificio da spiegarsi. Ora se è nota la proportione di due quadrati, la subduplicata è la proportione delle loro radici, e così di quali parti è vna, di tali sarà anche l'altra. Perciò dato vn numero, sappiamo, che proportione habbia ad vn'altro numero, presi tutti due come quadrati nella linea Geometrica. E se sarà nota la radice d'vno nella linea Aritmetica, si manifesterà anche l'altra radice in particelle simili. Quindi è, che dato vn numero d'alcune figure, ne piglio vn'altro ad arbitrio, mà precisamente quadrato, il quale ò tutto intiero, ò gettati via li zeri, sia tra li numeri segnati nella linea Geometrica. Et il numero dato ò tutto intiero, ò gettate via tante figure, quanti zeri si leuarono dal quadrato preciso, lo prendo al suo interuallo nella linea Geometrica, allargato lo stromento ad arbitrio: e poi con vn'altro Compasso prendo l'interuallo del numero precisamente quadrato nel

modo detto, tolto ad arbitrio. Poscia nella linea Aritmetica applico questo secondo interuallo al numero, che è radice conosciuta del quadrato preciso, e l'altro interuallo darà nella linea Aritmetica la radice cercata.

Sia dato il numero di Soldati 5400, di cui desidero la radice quadrata per sapere, quanti debbano esser per fronte, volendo far squadrone quadro di gente; leuo li due zeri, & aperto lo stromento ad arbitrio, prendo nella linea Geometrica l'interuallo 54. 54. E ritenuta quell'apertura di stromento, piglio nella stessa linea l'interuallo d'vn numero precisamente quadrato, come 4. 9. 16, ò altro tale. Sia preso per essempio l'interuallo 9. 9, la cui radice è nota essere 3. Ora perche si gettaron via due zeri dal numero dato 5400, s'intendono leuati due zeri anche dal 900; sono dunque li due quadrati applicati nella proportione di 900 à 5400; e così la radice del primo è 3 con vn zero, cioè 30. l'interuallo dunque 9. 9 della linea Geometrica applicato nella linea Aritmetica al 30. 30, l'apertura dell'altro Compasso, che daua 54. 54 nella linea Geometrica, caderà nella linea Aritmetica all'interuallo 73. 73, e così dico la radice del numero 5400 essere 73, e perciò essere 73 file di Soldati, ciascuna delle quali ne hà 73 di fronte.

L'istesso sarebbe, se in vece di prendere 9. 9 si fosse preso 25. 25, poiche quell'interuallo 25. 25 della linea Geometrica applicato nella linea Aritmetica al 50. 50, similmente hauria dato l'intiero 73 per radice del 5400. Mà perche quell'internallo è vn poco maggiore del 73. 73, è segno, che al numero 73 và aggiunta vna frattione.

Mà se il numero dato fosse stato 5486, saria stato bene in vece di 54 prendere 55, poiche quel numero più s'accosta

al

al 5500, & allhora la radice, che viene 74 è proſſima alla vera: il che deue farſi, quando ſi tagliano due figure, che paſſano la metà di 100, poiche in vece del numero intiero s'opera col ſubcentuplo.

Che ſe il numero, di cui ſi cerca la radice, foſſe piccolo in modo, che nello ſtromento non ſi poteſſe facilmente prender nella linea Aritmetica l'interuallo proprio, ſi prenda il deculo, e ſi trouerà in decime la frattione attaccata all'intiero. Come per eſſempio, cerco la radice di 18 piedi, che ſono l'area d'vn piano da ridurſi in quadro: prendo nella linea Geometrica l'interuallo 18. 18, e poi nella ſteſſa prendo l'interuallo d'vn numero quadrato, per eſſempio 49. 49, la cui radice è 7: mà perche rieſce ò ſcommodo, ò impoſſibile mettere quell'interuallo nella linea Aritmetica al 7. 7, lo metto al 70. 70, e trouando, che il primo interuallo preſo cade quaſi al $42\frac{1}{2}$. $42\frac{1}{2}$, poiche li 70 non erano ſe non 7, così li 40 non ſono ſe non 4, & il reſto dà li decimi d'vn'intero, perciò dico, che la radice di piedi 18 è piedi $4\frac{1}{4}$ quaſi, ma certo è più di $4\frac{1}{5}$, perche cade in vn'interuallo maggiore di 42. 42, cioè maggiore di $4\frac{2}{10}$.

Occorrendo poi, che il numero foſſe di tre ſole figure, ò anche di due, ma maggiore del maſſimo quadrato notato nella linea Geometrica, prendaſi vna parte aliquota di eſſo tale, che ſia minore del numero 64 maſſimo delli notati nella linea: e queſto interuallo s'applichi ad vn'altro numero in tal linea, il qual'habbi vn'altro così moltiplice, come tutto il numero è moltiplice di quella parte preſa; e queſto vltimo interuallo del moltiplice ſarà l'interuallo, che nella linea Aritmetica moſtrerà, quanti intieri, e quante decime habbia la radice. Per eſſempio, cerco la radice di 96: perche è troppo

grande il numero, piglio la metà 48, e prendo nella linea Geometrica l'interuallo 48. 48, e con vn'altro Compasso l'interuallo per essempio 4. 4, la cui radice è 2, ma per commodità nella linea Aritmetica s'applicherà all'interuallo 20. 20, onde poi s'hauranno li decimi dell'vnità; se si applicasse alla linea Aritmetica, l'interuallo preso 48. 48 non hauriamo se non la radice della metà del quadrato, & essa caderebbe all' interuallo 69. 69, cioè la radice saria 6 $\frac{9}{10}$, onde per hauer la radice del doppio quadrato, cioè di 96, conuerrebbe raddoppiare la radice trouata, e tra 69 decime, e 138 decime trouare il medio proportionale 9 $\frac{7}{10}$. Mà per trouare ciò senza fatica di calcolo in trouar questo medio proportionale, prendo quell'apertura di compasso, che pigliaua l'interuallo 48. 48, e l'applico nella linea Geometrica all'interuallo 10. 10, e poi (perche 48 è la metà di 96) prendo l'interuallo del doppio di 10, cioè 20. 20, e questo applico alla linea Aritmetica, in cui l'apertura dell'altro Compasso è applicata al 20. 20, e trouo, che quest'vltimo interuallo cade nel 97. 97, e quasi nel 98. 98; onde conchiudo, che la radice del numero 96 è 9 $\frac{7}{10}$, e quasi 9 $\frac{8}{10}$.

E perche operando in tal maniera occorrerà, che l'interuallo vltimo da applicarsi alla linea Aritmetica sarà tale, che non capirà nell'interuallo dell'apertura dello stromento, perciò tirisi vna linea lunga quanto porta quest'interuallo preso nella linea Geometrica: e poi preso nell' Aritmetiche l'interuallo 100. 100, si leui dalla linea tirata; il resto della linea s'applichi all' interuallo dell' Aritmetiche, e s'haurà il numero da aggiungersi al 100: tutte le decine saranno vnità, il resto darà i decimi dell'vnità. Per essempio cerco la radice di 156: perche è troppo grande, piglio la terza parte, che è 52, e nel-

le

le linee Geometriche prendo l'interuallo 52.52, e con quell' apertura prendo l'interuallo d'vn numero quadrato, per essempio 4, la cui radice è 2, e questo interuallo s'applicherà nell'Aritmetiche al 20.20. Dipoi quell'apertura di compasso, che daua l'interuallo 52.52, allargato lo stromento, la metto nelle stesse linee Geometriche ad vn numero, che habbia il triplo, per essempio al 15.15, e poi prendo il triplo, cioè 45.45. E questo è l'interuallo, che darà la radice di 156. Mà perche applicato il secondo Compasso nelle linee Aritmetiche, come si disse, al 20.20, quest'altro interuallo non ci capisce; perciò alla misura di questo interuallo tiro vna linea, e preso il massimo interuallo delle linee Aritmetiche 100, 100, lo taglio dalla linea descritta, e quel che auanza della linea, l'applico allo stromento, e vedo, che cade all'interuallo 24. 24: onde conchiudo essere 124 decime, cioè $12\frac{4}{10}$ la prossima radice di 156.

Di quì si caua il modo di trouar la radice quadrata anche de' numeri maggiori di quattro figure, perche se sarà il num. 18412, di cui si cerchi la radice quadrata, getto via le due vltime figure 12, e del resto 184 prendo la quarta parte, che è 46, e nelle linee Geometriche prendo la distanza 46.46, e con vn'altro Compasso l'interuallo di qualche numero quadrato, per essempio 9.9; e così, come quello 46 è di centinara, così anche questo 9, onde sono due quadrati 900, e 4600; e questo è la quarta parte del numero proposto, dunque applicando questo interuallo ad vn numero, di cui si troui il quadruplo, per essempio al 15.15, l'interuallo 60. 60, sarà la radice del quadrato 18400. Dunque applicato quell'interuallo 9.9, preso da principio col secondo Compasso, alla linea Aritmetica al punto 30.30, l'altro Compasso con l'apertu-

pertura dell'vltimo interuallo preso darà nelle stesse linee Aritmetiche vn'interuallo maggiore dell'interuallo 100. 100. Perciò da vna linea vguale à quest'interuallo cauo l'interuallo 100. 100, & applicato il resto di detta linea, trouo, che cade all'interuallo 35. 35, & vn poco più; onde conchiudo, che la radice del numero proposto 18412 è 135, e qualche cosa di vantaggio.

Due cose quì sono da auuertire: la prima è, che li 100 punti della linea Aritmetica potendosi prendere per 200, si può rendere più breue l'operatione, poiche applicandosi all'interuallo 15. 15, come se fosse 30. 30, verrà l'altro interuallo alli punti $67\frac{1}{2}$. $67\frac{1}{2}$, in circa, onde immediatamente si caua esser la radice 135 in circa, come prima. La seconda è, che se da principio si darà alle linee Geometriche l'apertura, prendendo prima nella linea Aritmetica sopra il lato la lunghezza corrispondente al numero, che è radice del quadrato preciso, come di 30 punti, ò di 15, che s'intendano valer 30, e questi s'applichino al 9. 9, e poi preso l'interuallo corrispondente del numero dato, questo poi applicato al lato dello stromento sù la linea Aritmetica, si potranno hauer le frattioni aderenti nel modo, che s'è detto nel Capo 2. quest. 7. verso il fine.

Se il numero dato fosse così grande, che li due numeri moltiplicati insieme, che lo producono, fossero ambidue maggiori di quelli, che son notati nelle linee, se ne prendano tre, che siano minori, e lo misurino, moltiplicati tra di loro. Per essempio sia il numero dato 604812, leuate le due vltime figure, resta 6048, il quale si produce dal 72 per 84, niuno de' quali si troua notato nelle linee Geometriche. Perciò prendo tre numeri, che insieme moltiplicati lo producono, e sono

56. 9. 12. E così preso l'interuallo 56. 56, deuo trouar'il lato del quadrato noncuplo, e perciò l'applico al 4. 4, il cui noncuplo è 36, e l'interuallo 36. 36 sarà il lato del quadrato noncuplo del primo. E perche à questo si deue trouar' il duodecuplo, applico questo secondo interuallo al 5. 5, e piglio il duodecuplo, che sarà all'interuallo 60. 60, e con questo operando nelle linee Aritmetiche, come s'è detto, trouo la radice quadrata del numero dato 604812 essere 777, e quasi 778, poiche nella linea descritta si può leuare sette volte l'interuallo 100. 100, & il restante è quasi 78.

Mà cercando la Radice Quadrata d'vn Rotto, prendi nelle linee Geometriche li due interualli corrispondenti al Numeratore, & al Denominatore: dipoi traportali nelle linee Aritmetiche, aprendo lo stromento in modo, che capisca l'interuallo del numero, che vuoi ritenere; poiche l'altro interuallo nelle stesse linee darà il numero cercato.

Sia il Rotto $\frac{4}{9}$, di cui si cerca la Radice Quadrata: prendo nelle linee Geometriche 4.4, con vn Compasso, e con vn'altro 9. 9. Dipoi volendo ritener il Numeratore 4; apro lo stromento in modo, che l'interuallo del primo Compasso si addatti alli punti 4. 4, nelle linee Aritmetiche; poiche l'altro Compasso si addattarà alli punti 6. 6: onde dirò che la radice cercata è $\frac{4}{6}$, cioè $\frac{2}{3}$. Ouero addattando il secondo Compasso, che corrisponde al Denominatore, alli punti 9. 9, trouo che l'altro corrisponde alli 6. 6: onde dirò, che la Radice cercata è $\frac{6}{9}$. E perche il 4, & il 9 sono interualli troppo piccoli, in lor vece si prendano li moltiplici, cioè 40, e 90, ò qualsiuoglia altro. Il che molto più serue, quando il Rotto dato non hà la Radice precisa, poiche si trouarebbe la Radice più vicina alla vera. Così cercando la Radice di $\frac{4}{10}$ si trouareb-

uarebbe ben si esser di denominatione maggiore di $\frac{4}{6}$, mà si sappia appresso di poco quanto maggiore; mà applicandosi li Compassi al decuplo, si trouarà esser di denominatione maggiore di $\frac{40}{63}$. Quindi essendo il denominatore troppo piccolo, la frattione con lo stesso Numeratore è maggiore del douere.

Questo modo di operare è fondato nella regola per trouare tal Radice Aritmeticamente, la quale si approssimi alla vera; cioè si moltiplica il Numeratore per il Denominatore: del prodotto si caua la Radice Quadrata prossima; e questa si mette per Denominatore al Numeratore dato, ouero per Numeratore al dato Denominatore. Così per $\frac{4}{10}$ si caua la Radice di 40 fatto dal 4 in 10, & è $6\frac{4}{13}$: onde la Radice prossimamente è $\frac{52}{82}$, ouero $\frac{82}{130}$; la prima è maggiore del douere, essendo che quadrandosi vien vna frattione maggiore di $\frac{4}{10}$; la seconda è minore del douere, perche quadrandosi dà vna frattione minore di $\frac{4}{10}$.

E' la ragione di questo prendere la Media Proportionale tra il Numeratore, & il Denominatore dati, cauasi dalla natura delli Quadrati, che sono nella duplicata proportione de' suoi lati. Perciò volendosi la Radice Quadrata d'vn Rotto, si cerca vna frattione, il cui Numeratore sia al Denominatore nella proportione subduplicata del Numeratore al Denominatore della frattione data. E così ritenuto il primo Numeratore, questa Media Proportionale è il Denominatore; e se questa si mette per Numeratore, resta il primo Denominatore.

CA-

CAPO QVARTO.

Come s'habbia à diuidere lo Stromento per i corpi solidi; & vso di questa linea Cubica.

SI come le superficie sono terminate da linee, dalle quali riceuono la denominatione, così li corpi solidi sono terminati da superficie, e da queste, ò per la qualità loro, ò per la moltitudine vien denominata la figura solida; perche s'ella è vna superficie sola in tutti i suoi punti vgualmente distante dal centro, che s'intende nel mezzo della solidità del corpo, sarà quel corpo vna sfera; ma se non hà questa vgual distanza dal centro, sarà ben sì sferoidale la figura, ma non sfera; tale è la superficie d'vn vouo, & altre tali ò Ellipticho, ò Pseudoelliptiche; ma se sono più superficie terminanti il corpo di diuerso genere, cioè altre superficie piane, altre curue, & inclinate à far' vn'angolo solido, dalla qualità delle superficie si denominarà il corpo, ò Cono, ò Cilindro, ò con altro nome composto; come li Conoidi Parabolici, ò Hiperbolici, &c. Que'solidi però, che più communemente si considerano, sono quelli, che hanno molte faccie, e son terminati da superficie piane; e conforme al numero, e qualità di tali superficie sono chiamati tali corpi, come ciascuno sà, e può facilmente vedere nelle definitioni del lib. 11. d'Euclide.

Ora nella guisa, che quelle superficie si dicono simili, le quali hanno vgual numero di linee, che le terminano, e tra loro proportionali: Così le figure solide simili (che tanto è, quanto dire corpi simili) s'intendono esser quelle, che sono terminate da vgual numero di superficie simili. Onde se le

 super-

ſuperficie d'vn corpo ſaranno non ſolamente vguali di numero, ma anche di grandezza alle ſuperficie d'vn'altro corpo, tali due corpi ſaranno vguali, e ſimili; ma ſe le ſuperficie vguali di numero, e diſuguali di grandezza ſono ſimili, li corpi ſono ben sì ſimili, ma non vguali. Di queſta maniera vn cubo è ſimile all'altro cubo, perche così l'vno, come l'altro hanno ſei faccie piane, e ciaſcheduna è quadrata; e poiche tutti li quadrati ſon ſimili, perciò anche li cubi ſono ſimili: ma ſe vn quadrato d'vno ſarà maggiore d'vn quadrato dell'altro, ſaranno i cubi diſuguali. Paragonando poi due Parallelepipedi (chi non è così prattico de' vocaboli, s'imagini vna traue, vna tauola, ò coſa tale ben ſquadrata) hanno ben sì ciaſcuno ſei piani quadrilateri, de' quali li due oppoſti ſono paralleli, ma a fine che ſiano ſimili li Parallelepipedi, conuiene che detti piani d'vno ſiano ſimili alli piani dell'altro. Mà parlando de'Coni, e de'Cilindri, ſe bene potria dirſi eſſer tra loro ſimili quelli, che hánno le baſi, e le ſuperficie Coniche, ò Cilindriche ſimili; ad ogni modo per eſſer più immediatamente nota la lunghezza della lor baſe, e la lor'altezza perpendicolare, ò per parlar più generalmente, il lor'Aſſe, quelli ſono Coni, ò Cilindri ſimili, che hanno gli aſſi, & i diametri delle baſi proportionali; il che però ſi deue intendere con la medeſima inclinatione dell'aſſe alla baſe, come è manifeſto, perche ſe vn'aſſe cadeſſe perpendicolare alla baſe, e l'altro aſſe foſſe obliquo, con tutto, che detti aſſi haueſſero nella lunghezza loro la proportione delli diametri delle baſi, non per tanto ſariano ſimili i Coni, ò Cilindri.

Permeſſe queſte coſe, per più chiara intelligenza, auuerto, che nelle coſe ſeguenti prenderò il nome di *Lati Homologi* nel ſenſo medeſimo, che s'è detto nel Capo precedente; e per

nome

nome di *Piani Homologi* intenderò que' piani, che ne' due corpi simili sono similmente posti in ordine à gl'altri piani delle figure, che terminano.

Essendo dunque l'uso di questo stromento di Proportione in ordine alle figure simili, per poter' in esso descriuere due linee talmente diuise, che possano seruir' al fine preteso in ordine a' corpi solidi, conuien supporre ciò che nel lib. 11, e 12 d'Euclide s'insegna, cioè, che li solidi simili sono nella triplicata proportione de' lati homologi, come le sfere sono nella triplicata proportione de' suoi diametri. Il che è quanto dire, che dati due lati homologi di due corpi simili, ò due diametri di due sfere, se si continuarà la proportione sin' al quarto termine; qual proportione hà il primo al quarto termine, tale è d'vn solido all'altro, ò d'vna sfera all'altra. Sì che date quattro linee continuamente proportionali, come la prima alla quarta, così il solido sù la prima al solido simile sù la seconda.

Quindi è, che data in linee la proportione, che debbano hauere due solidi, conuiene tra quelle trouare due medie continuamente proportionali, per potere sù la prima, e sù la seconda fare li solidi simili, come auuertiti furono da Platone quei di Delo, quando cerçauano di raddoppiare l' altare d'Apolline (il qual'era stimato vno de' sette miracoli, per esser fatto tutto di sole corna destre, senza esser' incollate, ne legate insieme, come riferisce Plutarco nel fine del libro *De solertia animalium*) conforme all'Oracolo hauuto, & essi in vece di raddoppiarlo, ne haueano fatto vno quattro volte maggiore del douere, come dice lo stesso Plutarco nel libro de Genio Socratis; Et è assai noto appresso molti Scittori essere questa la famosa duplicatione del Cubo, cioè l'inuentione di due medie proportionali tra due estreme, l'vna delle quali sia doppia dell'altra.

Varij sono stati li tentatiui, e varie sono le forme per trouare mecanicamente queste due medie proportionali; e chi vuole può vedere nell'Annotationi di Guglielmo Filandro sopra il libro 9. di Vitruuio cap. 3. qual fosse il Mesolabio d'Eratostene; nel Villalpando tom. 1. part. 2. lib. 1. cap. 3. prop. 12. E nella Geometria di Renato di Chartes sul principio del lib. 3. trouerà, come per l'inuentione delle medie proportionali, egli si serua d'vno Stromento da lui proposto nel principio del lib. 2. Ma quanto appartiene al nostro fine presente, meglio sarà seruirci d'vna tauola di numeri, co' quali si notaranno tanto precisamente, quanto basta, per l'operationi mecaniche, li punti richiesti in ordine alli solidi.

E perche trà li solidi il più conosciuto, e facile ad hauersi la sua misura è il cubo, come quello, che hà le tre dimensioni di tal maniera vguali, che data la lunghezza d'vna sua linea, e questa moltiplicata in se stessa, se si moltiplica di nuouo il prodotto per la medesima, si fà nota la sua solidità; e date quattro linee continuamente proportionali, come il cubo della prima al cubo della seconda, così qual si voglia solido sù la prima ad vn'altro solido simile sù la seconda, essendo che tanto i cubi, quanto quegl'altri solidi sono nella proportione della linea prima alla quarta: Perciò segnandosi nello stromento di Proportione i lati de' cubi, che vanno crescendo secondo la serie naturale de' numeri, si vengono ad hauere parimenti segnati i lati homologi di qualunque solidi simili. Quindi è, che tal linea si chiama più tosto col nome specifico di Cubica, che col generico di Stereometrica; sì perche tutti li cubi sono simili, sì anche perche riducendo le proportioni a' numeri, si trouano le medie proportionali coll'estrattione della radice cubica.

Sì che

Sì che per formare la sottoscitta tauoletta, in cui si notano le proportioni, che hà la radice di ciascun cubo alla radice del primo cubo, conuiene tra li due numeri esprimenti la proportione de' cubi trouare il primo de' due medij proportionali; perche questo sarà la radice del cubo, che hà al cubo del primo numero la proportione, che hà il quarto numero al primo, com' è manifesto da quello, che delle linee s'è detto. E perche la maggior parte de'numeri non hà la radice cubica precisa, & aggionger'à gl'intieri frattioni di diuerse denominationi, saria cosa, che nella prattica porterebbe molto disturbo, quindi è, che riuscirà commodissimo intendere l'vnità diuisa in mille particelle, perche così tutte le frattioni aggiunte à gl'intieri saranno di millesime; e nel numero, che verrà per radice, le tre vltime figure saranno numeratore delle parti millesime aggiunte à gl' intieri significati dal resto delle figure antecedenti nel modo detto nel Capo precedente, doue si parlò delle radici de' quadrati.

Sia dunque nella fig. dello Stromento tirata dal centro dello stromento la linea AL, e la AM, nella quale si prendano AH, & AI vguali, e perciò non è necessario, che queste parti AH, AI siano visibili; e s'intenda AH esser' il lato del primo cubo; questa si replichi quante volte si può, nelli numeri 8, e 27, in maniera, che A 8 è doppia, & A 27 è tripla della lunghezza AH. E per questo s'è notato nel secondo punto 8, e nel terzo 27, per denotare, che il cubo di A 8 contiene otto volte, & il cubo di A 27 contiene ventisette volte il cubo di AH. E se la linea AL fosse più lunga, che si potesse vn'altra volta replicare, nel quarto punto si notarebbe 64, perche il cubo della linea quadrupla di AH, contiene 64 cubi di AH. Ma perche si vede che tra 8, e 27, è molto più tra 27, e 64

cadono

cadono molti numeri, onde dette parti deuon' esser capaci di molte diuisioni, perciò s'è preso da principio la linea AH vn poco grandicella; altrimenti non riuscirebbe commoda la diuisione. E questa è la cagione, che non capirà se non circa 50 diuisioni tutta la AL: la quale in vno stromento più grande, in cui possa prendersi assai più lunga la AH, riuscirà anche capace di più numero di lati cubici.

Mà per segnare li lati de gl'altri cubi, e vedere, come si sia fatta la seguente tauoletta delle radici, conuien trouare tra l'vnità, & il numero di ciascun cubo il primo delli due medij continuamente proportionali; il che si fà moltiplicando il quadrato del primo nel quarto numero; e la radice cubica del prodotto è il secondo numero, che si cerca. Il fondamento di ciò fare è, perche dati quattro termini continuamente proportionali A, B, C, D, il piano fatto dalli due estremi A in D, è eguale al piano fatto dalli due medij B in C, per la 16 del 6, e 19 del 7. Dunque li solidi fatti dalli due piani detti, e dal primo termine, sono vguali, e così il quadrato del primo nel quarto A quadrato in D, è vguale al solido fatto dalli tre primi A in B in C. E perche A, B, C, sono continuamente proportionali, il piano fatto da gl'estremi, A in C, è vguale al quadrato del medio, B quadrato per la 17 del 6, e 20 del 7, li solidi fatti da questi due piani, e dal secondo termine B sono vguali, e così A in B in C, cioè, come sopra s'è dimostrato, A quadrato in D, è vguale al cubo di B secondo termine delli quattro. Dunque essendo noti li due estremi, moltiplicato il quadrato del primo nell' altro estremo, il lato cubico del prodotto è il secondo termine delli quattro continuamenre proportionali. Nella stessa maniera si dimostra, che moltiplicato il quadrato del quarto termine nel primo, la

radice

radice cubica del prodotto è il terzo termine delli quattro.

Di quì si vede, che se il primo termine AH sia 1000, & il suo doppio 2000, il quadrato del primo 1000000 moltiplicato per 2000, darà il solido 2000000000, la cui radice cubica 1259 è il secondo termine delli quattro, & è radice del cubo doppio del cubo di AH. E lo stesso s'intende di qualsiuoglia altro numero: onde basterà à ciascun numero al 3, al 4, al 9, &c. aggiunger noue zeri, perche così la radice cubica sarà di quattro figure, la prima delle quali mostra, quante volte si debba prender la linea AH, e le tre vltime figure mostreranno, quante millesime della stessa AH si debbano di più aggiungere. Che se si fossero per AH prese solo le centesime, con aggiunger' ad essa due zeri, allhora à gl'altri numeri doueua aggiungersi solamente sei zeri, e la radice di tre figure hauria con le due vltime mostrato il numero delle centesime. Ma perche volendo seruirci solo delle centesime si opera con più precisione, conosciuto il numero delle millesime, perciò nell'annessa tauolletta si son poste le millesime, segnando le radici sin' al cubo, che è cinquanta volte maggiore del cubo di AH.

Tauo-

Tauola de' numeri con le sue Radici Cubiche espresse in particelle Millesime dell'Vnità.

Cubi	Radici	Cubi	Radici	Cubi	Radici	Cubi	Radici
1	1000	16	2520 -	31	3142 -	46	3583†
2	1259†	17	2572 -	32	3175 -	47	3609 -
3	1442†	18	2620†	33	3208†	48	3634†
4	1587†	19	2664 -	34	3240 -	49	3660 -
5	1710 -	20	2715 -	35	3271†	50	3684†
6	1817†	21	2759 -	36	3301†		
7	1913	22	2702†	37	3332†		
8	2000	23	2844 -	38	3362 -		
9	2080†	24	2885 -	39	3391†		
10	2154†	25	2924†	40	3420 -		
11	2224 -	26	2962†	41	3448†		
12	2290	27	3000	42	3476†		
13	2352 -	28	3037 -	43	3504 -		
14	2410†	29	3072†	44	3530†		
15	2466†	30	3108 -	45	3557 -		

Il modo di seruirsi di questa Tauola per portare sù le linee AL, AM le diuisioni, essendo lo stesso con quello, che s'è detto di sopra nelle Radici de'Quadrati, non hà bisogno di più lunga espositione. E finita la diuisione di tutta la linea, si potranno notare tutte le decine, e con vna lineeta segnare la metà delle decine, acciò con maggior facilità si possano prender i punti corrispondenti à que' numeri che più piaceranno.

In questa linea Cubica non potiamo hauere nel diuiderla que' vantaggi compendiosi, che s'hebbero nella linea Geometrica, raddoppiando, ò triplicando i lati segnati; perche il lato doppio dà il cubo ottuplo, e così A 2 raddoppiata cade nel punto 16, A 3 duplicata nel punto 24, A 4 nel punto 32, A 5 nel 40, A 6 nel 48; & oltre di queste niun'altra si può raddoppiare; onde questi soli punti si puonno essaminare.

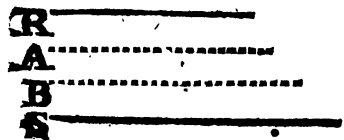
Segnati

Segnati di questa maniera nelli lati dello Stromento i lati de'cubi, che vanno crescendo conforme alla serie naturale de'numeri, è manifesto per la dimostratione fondamentale portata nel capo 1, che anche gl'interualli dello Stromento allargato danno i lati de'Cubi, che sono nella stessa proportione indicata dalli numeri notati nello Stromento: poiche essendo quattro linee proportionali (cioè li due lati nello Stromento, e li due interualli loro corrispondenti) i solidi simili sopra di esse sono proportionali per la 37. del lib. 11.

QVESTIONE PRIMA.

Tra due linee date, come si trouino due medie continuamente Proportionali: ouero tra due numeri dati.

SE la proportione delle due linee date non è conosciuta in numeri, si cerchi per la quest. 5. del capo 2, la quale trouata, s'applichi nella linea cubica dello Stromento la prima delle date linee all'interuallo del numero, che le corrisponde, perche l'interuallo dell'altro numero nella stessa linea cubica, darà la seconda delle quattro proportionali. Di poi l'altra delle due date linee, allargando, ò stringendo lo Stromento, s'applichi all'interuallo del numero, che le corrisponde, perche l'interuallo del numero corrispondente all'altra, darà la terza delle Quattro Proportionali.

R
A
B
S

Siano date due linee R, S, le quali si troua, che hanno la proportione di 29 à 42; applico la linea R all'interuallo 29, 29 della linea cubica dello Stromento, e ritenuta la stessa apertura,

tura, prendo l'interuallo 42.42, e mi dà la linea A prima delle due medie. Di poi applico la linea S all'interuallo 42, 42 della linea cubica, e l'interuallo 29.29, mi dà la linea B seconda delle due medie. Onde le quattro R, A, B, S, sono continuamete Proportionali: il che così si dimostra. Il cubo di R al cubo di A è come 29 à 42, per la costruttione dello stromento, e per la proportione, che gl'interualli presi hanno con i lati dello stromento; dunque la linea R alla linea A hà la proportione subtriplicata di 29 à 42, cioè della linea R alla linea S: dunque tra R, & S poste due medie in continuata proportione la linea A è la seconda proportionale. Similmente il cubo di S al cubo di B è nella proportione di 42 à 29, per la costruttione dello Stromento, & applicatione fatta: dunque la linea S alla linea B, hà la proportione subtriplicata di 42 à 29, e per conuersione B à S, hà la subtriplicata di 29 à 42, cioè di R à S: Essendo dunque la proportione di R ad A, e quella di B ad S, subtriplicate della proportione di R ad S, resta che anche quella di A à B, sia subtriplicata della stessa; e perciò come R ad A, così A à B, così B à S.

L'istesso si farà dati due numeri, tra'quali si volessero due medij proportionali; come per essempio tra 8, e 27. A qualsiuoglia apertura dello Stromento nella linea cubica, prendo con due Compassi gl'interualli 8, 8, e 27, 27. Dipoi traportando il primo interuallo su la linea Aritmetica all'interuallo 8, 8, applico l'altro Compasso, e veggo che cade nell'interuallo 12, 12; onde dico, che il num. 12 è il secondo proportionale. Quindi ritenendo l'interuallo preso con questo secondo Compasso, l'applico nella stessa linea Aritmetica al punto 27, 27, stringendo lo Stromento, come fà di bisogno, e considerando che l'interuallo preso col primo Compasso,

cade

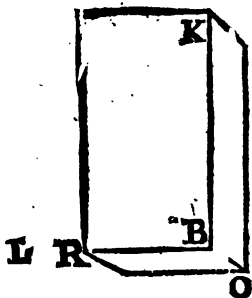
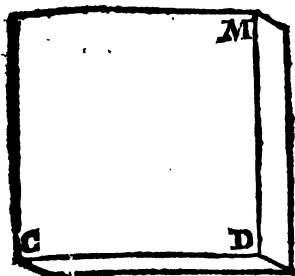
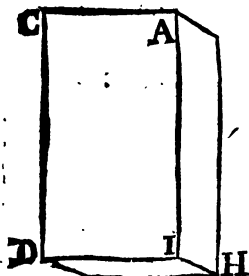
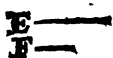
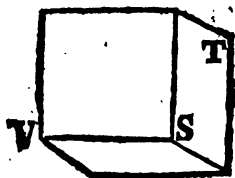
cade nel punto 18,18, dico che il terzo proportionale è 18; onde ſono continuatamente Proportionali 8.12.18.27. e tra li due eſtremi propoſti, ſi ſono trouati due medij proportionali.

E quì s'auuerta ciò che in altre occaſioni s'è detto, che ſe non foſſe commodo applicare alla linea Aritmetica il Compaſſo con la ſua apertura preſa nella linea cubica, quella ſteſſa apertura s'applichi ad alcun numero moltiplice, ò ſubmoltiplice, poiche l'altro Compaſſo darà vn numero ſimilmente moltiplice, ò ſubmoltiplice del numero, che ſi cerca. Così ſe l'interuallo primo non ſi può applicare all'interuallo della linea Aritmetica 8. 8, s'applichi al numero triplo 24.24, perche così il ſecondo interuallo caderà nel 36. 36 triplo del 12, che ſi cerca: e ſe il ſecondo interuallo s'applicherà al numero duplo 54.54, il primo interuallo caderà nel 36. 36 duplo del 18, che ſi cerca.

Quando però li due numeri dati non ſono ſimili ſolidi, non ſi trouerannoli due medij proportionali preciſi, ma vi ſaranno aggiunte frattioni, che ſolo s'auuicineranno al vero ſenza dar preciſione, come ſi può raccogliere dalla 19, e 21 del lib. 8, e per trouar tali frattioni, potremo valerci dell' artificio moſtrato nel Capo 2 alla Queſt. 7, quando le linee, ò aperture del Compaſſo, che per lo ſteſſo ſi prendono, non cadono preciſamente ne' punti dello ſtromento.

QVESTIONE SECONDA.

Come si possa ad vna linea data applicar' vn solido rettangolo vguale ad vn Cubo dato.

HAuendo il corpo tre dimensioni in Lunghezza, Larghezza, e Grossezza, che altri chiamano Altezza, ò Profondità, si dice, che vn solido sia applicato ad vna linea data, quando si suppone, che detta linea sia vna delle sue tre dimensioni, e si determina, quali, e quanto grandi siano l'altre due dimensioni dello stesso corpo. E per maggior facilità di questo essempio, massime che è conforme all'vso più commune, suppongo esser' il solido, che deue applicarsi alla data linea, rettangolo; poiche poi sopra la stessa base qualsiuoglia parallelepipedo, che habbia la stessa altezza perpendicolare, gli sarà vguale, per la 30 del lib. 11, e per conseguenza sarà vguale al dato cubo.

Sia dunque dato il cubo V T il cui lato V S, e sia data la linea C D, la quale debba essere vna delle dimensioni del solido

lido rettangolo vguale al cubo dato. In due maniere ciò si può fare. Primieramente con trouare alle linee CD, VS vna terza proportionale E, perche il solido fatto da queste tre, cioè il solido CIH è vguale al dato cubo fatto dalla media VS, per la 36 del lib. 11. Secondariamente con trouare la quarta proportionale, mettendo CD la prima, & VS la seconda; poiche il quadrato della prima con la quarta fanno vn solido vguale al cubo della seconda. Dunque con due Compassi prendendo le linee CD, & VS, vedo nella linea cubica, sopra quali interualli cadano, e trouando, che cade la CD nell'interuallo 29. 29, e la VS nell'interuallo 4. 4, applico la CD nella linea Aritmetica al punto doppio del 29, cioè al 58. 58, & all'interuallo 8. 8 doppio del 4 trouo la quarta proportionale F. Dunque della CD fatto il quadrato CM, presa DL vguale alla F quarta proportionale, sarà il solido CML vguale al cubo dato.

Così se fosse dato vn pezzo di marmo ben squadrato, che fosse per ogni verso sette palmi, e da vn' altro gran pezzo di marmo, che per vn verso è 10 palmi, per l'altro 11, e per il terzo 4 palmi, si douesse cauar' vn pezzo vguale al primo, ma quadro in vna delle faccie; facilmente si cauerà in numeri, quanta debba esser la grossezza. Primieramente si pigli il cubo di 7, & è il pezzo cubico dato 343 palmi solidi. Dipoi il pezzo rozzo non può squadrarsi, che con hauer 10 palmi in quadro, e così il quadrato di 10 è 100; per il quale diuidendo il cubo 343, viene per la grossezza cercata palmi $3\frac{43}{100}$. Mà se non sapessi alcun numero, che misurasse i lati de' sudetti pezzi di marmo, prendo con vn Compasso tal parte aliquota del lato del cubo, che possa commodamente capire ne gl'interualli dello Stromento; e simile parte aliquota prendo nel

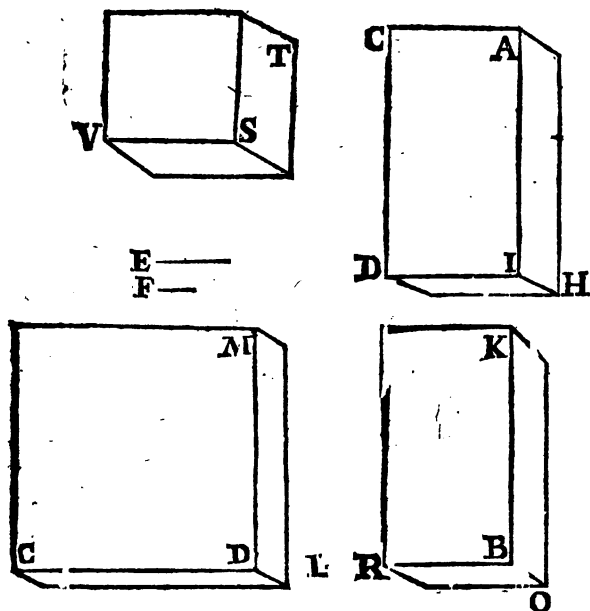
lato

lato mezzano dell'altro pezzo di marmo, per essempio la decima parte. Et applicando queste due misure à gl'interualli della linea cubica, osseruo in quali numeri cadano; perche la proportione, che hauranno questi due numeri, tale dourà hauer' il lato mezzano osseruato alla linea della grossezza, che si cerca. La ragione di questa operatione è, perche essendo le misure prese con i Compassi ciascuna la decima parte del lato, il cubo di tal parte è vna millesima di tutto il cubo di quei lati intieri: dunque li cubi delle parti hanno la proportione de'cubi intieri. Dunque per l'applicatione fatta allo Stromento trouandosi in numeri la proportione de' cubi, due linee, che siano nella stessa proportione di questi numeri sono due estreme di quattro continuatamente proportionali: Dunque anche le decuple di queste sono similmente estreme di quattro proportionali, delle quali la prima è il lato, di cui si deue far' il quadrato, la seconda è il lato del cubo dato, e la quarta sarà questa trouata, la quale col quadrato della prima farà vn solido vguale al cubo della seconda.

QVESTIONE TERZA.

Dato vn solido, come s'habbia à trouare vn' altro simile nella data proportione.

POssono li solidi essere Regolari, ò Irregolari; Regolari, quando tutte le linee, & i piani del corpo sono vguali tra di loro; Irregolari, quando non v'è questa vguaglianza. Nell'operatione v'è questa sola differenza, che ne' Regolari trouata vna linea, che habbia la douuta proportione con il lato del solido simile, non s'hà à cercar' altra linea; mà ne gl'Irrego-

regolari conuien far questa operatione circa tutte le linee, che concorrono alla costitutione dell'angolo solido. Nelle sfere basta trouar'il diametro, ma per li Coni, e Cilindri simili conuien trouare il diametro della base, e l'asse.

Se dunque il corpo dato è cubo, ò altro de' corpi Regolari, veggasi con quali numeri si esprima la proportione data, & il lato del corpo dato si applichi nella linea cubica all'interuallo del numero, che gli corrisponde, e l'interuallo dell'altro numero darà il lato, che si cerca. Così se al cubo VST si debba farne vno, che sia $\frac{7}{8}$ di quello, applico il lato VS all'interuallo 8. 8, e l'interuallo 7.7, mi darà il lato del cubo cercato. Mà se fosse dato DAH solido di lati disuguali, e conuenisse farne vn simile, che fosse parimenti $\frac{7}{8}$, applico DI all'interuallo 8. 8, e l'interuallo 7. 7 dà il lato homologo RB. Dipoi all'istesso interuallo 8. 8 applico IA, e la distanza 7. 7 dà il lato homologo BK, che col primo trouato faccia l'angolo RBK vguale all'angolo DIA. Finalmente allo stesso interuallo 8. 8 applico IH, e la distanza 7. 7 dà il terzo lato homologo BO, il quale con il secondo trouato faccia l'angolo KBO vguale all'angolo AIH;

e com-

e compiti tutti li parallelogrammi, farà fatto il corpo RKO simile al dato DAH; e che è à quello, come 7 à 8. Che sia simile è chiaro, per l'vguaglianza de gl'angoli, circa i quali sono i lati homologi, ciascuno preso nello Stromento à gl'istessi interualli, e perciò nella medesima proportione; onde li piani RK, DA; e li piani KO, AH, e RO, DH sono simili. E perche, per la 33 del lib. 11, li solidi simili sono nella proportione triplicata de'lati homologi, cioè nella proportione de'cubi di detti lati homologi, essendo tali cubi, come 7 à 8, per la costruttione dello Stromento, anche li solidi simili RKO, DAH sono come 7 à 8.

L'istesso modo si dourà tenere ne' Coni, e Cilindri simili, seruendosi de gl'interualli delli stessi numeri per i diametri delle basi, e per gl'assi.

Così li Pittori, per esprimere vn corpo, che sia più piccolo di vn'altro simile in data proportione, si seruiranno di questa linea cubica; altrimenti se per far'vn dito la metà più piccolo, lo facessero la metà più corto, saria rappresentato vn dito otto volte minore: perciò applicato il dito maggiore all'interuallo 2.2 di questa linea cubica, l'interuallo 1.1 darà la lunghezza desiderata; e così dell'altre parti. Quindi è, che deuono auuertire li Pittori altra cosa essere far'vn Quadro la metà più piccolo, altra cosa far le figure in esso la metà più piccole: perche l'impicciolire il Quadro è impicciolir'vna superficie, doue che l'impicciolire le figure, è far corpi minori: in quello serue la linea Geometrica, & in questo la Cubica.

Così parimenti seruirà questa linea Cubica alli Scultori, & alli Fonditori nel far le forme per Campane, Artiglierie, ò cose somiglianti, se volessero far'vna Statua, ò altra figura si-

mile

simile ad vna data. Poiche ciascheduna parte applicata all'interuallo conueniente, s'haurà la misura corrispondente nella figura simile.

Mà commodissimo riuscirà questo nostro Compasso di Proportione alli Bombardieri, per notar li diametri delle palle, e dalla grandezza della bocca dell'Artiglieria raccoglier la loro portata, e formarne li suoi Calibri, ò Colibri, come altri li chiamano; e con ragione da molti si deplora l'ignoranza di molti di questa professione, che hanno Calibri spropositatissimi; mà con questa linea Cubica fatta nel Compasso di Proportione con qualche accuratezza, e diligenza, potrà ciascuno essaminare nel suo Calibre, se siano ben notati li diametri; e con somma facilità, e prestezza potrà notare li diametri delle palle di ferro, di piombo, di pietra à ragion di libre ò communi di 12 oncie, ò, come in molti luoghi s'vsa, di 16. oncie.

Habbiasi noto il diametro d'vna palla, il cui peso si sà, per cagion d'essempio, di libre 7, questo diametro si noti sù la Regola, ò Calibre, e nella linea Cubica s'applichi all'interuallo 7. 7; perche ritenuta quell'apertura dello Stromento, prendendo tutti gl'interuali da 1 fin' à 50, e traportandoli sù la Regola, s'hauranno li diametri delle palle fin' à 50 libre di peso, della stessa materia, di cui era quella, il cui diametro era noto. E questo, che s'è fatto con vna palla di ferro, saputasi la proportione, che hà la pietra col ferro, si potrà fare con le palle di pietra: onde se la pietra, conforme all'opinione de' Bombardieri, è la terza parte del peso del ferro in parità di mole, conuerrà pigliar'vna linea, che sia diametro d'vna sfera, la qual sia tre volte tanto, quanto la palla di ferro nota di libre 7, e sarà il diametro della palla di pietra di libre 7, & ap-

plicato all'interuallo 7. 7, nella linea Cubica, all'isteſſo modo s'hauranno li diametri delle palle di pietra. Ne differente ſarà la forma per le palle di piombo, perche ſupponendoſi il peſo del piombo ſeſquialtero à quello del ferro, ſi prenderà il diametro della palla di piombo, di peſo vguale con quella di ferro, che ſia diametro d'vna sfera, la qual ſia ⅔ della palla di ferro. E finalmente per notare le palle à ragion d'oncie 16 per libra, auuerti che 4 libre da oncie 12 fanno 3 libre da oncie 16 l'vna: perciò prendi il diametro trouato di libre 4 piccole, e notatolo ſopra vn lato della Regola, ò Calibre ſia il diametro di libre 3 groſſe, e queſto diametro applicato nello Stromento all'interuallo 3. 3, s'hauranno da gl'altri interualli tutti li diametri delle palle à ragion di peſo d'oncie 16 per libra. Dal che ciaſcun vede, che queſti diametri ſon tali, che ciaſcuno aggiunge vn terzo di peſo alle palle, che hanno la ſteſſa denominatione nella ſerie de'diametri à ragione d'oncie 12 per libra. E così il diametro di 45 libre groſſe è il diametro di libre 60 piccole, perche come 16 à 12, così 60 à 45.

E così ſi faccia rifleſſione, quanto più giuſti ſaranno communemente li diametri delle palle notate, e preſe dal Compaſſo di Proportione ſegnato nella linea Cubica, come habbiamo detto in queſto Capo, che con la forma preſcritta da Luigi Colliado nella ſua Prattica Manuale di Artiglieria trattato 4 cap. 32, doue ciaſcuno potrà eſſaminare, quanto s'allontani dalla preciſione. E ſia per eſſempio ciò ch'egli dice per hauer'il diametro d'vna palla di due libre; prendaſi, dice egli, il diametro d'vna palla d'vna libra, e diuiſo in quattro parti, vna ſe ne aggiunga, sì che il diametro di vna libra è come 4, e quello di due è come 5; li cubi ſono 64, e 125, e pure queſto, per eſſer doppio, douria eſſere 128, onde manca

dalla

dalla precisione $\frac{3}{64}$. Mà nel nostro Strōmento il diametro di vna palla d'vna libra è 1000, quello di due è 1259, il cubo di questo è 1995616979, il quale douria essere 2000000000, e perciò manco della precisione $\frac{4323021}{1000000000}$, doue che li $\frac{3}{64}$ ridotti alla sesta denominatione, sono $\frac{46875000}{1000000000}$, che è vna differenza dieci volte maggiore di quella, che viene dal modo da noi tenuto. Così per il diametro della palla di 3 lib. diuide in sette parti quello di due, & vna di queste aggiunge, onde il diametro di due al diametro di tre libre è come 7 à 8; il diametro di due era $\frac{5}{4}$ del primo diametro, dunque il diametro di tre libre è $\frac{10}{7}$ del primo diametro, com'è manifesto, se le due proportioni 4 à 5, e 7 à 8 si continuano in tre termine 28.35.40. Dunque il diametro d'vna lib. al diametro di tre libre è come 7 à 10: il cubo di quello è 343, il cubo di questo è 1000, e pur'il triplo del primo è 1029; sì che è minor del douere di $\frac{29}{343}$, le quali ridotte sono $\frac{84548104}{1000000000}$. Mà nel nostro Stromento il diametro della palla di tre libre è 1442, il cui cubo 2998442888 mãca dal triplo cubo del primo 3000000000 solamente di $\frac{1557112}{1000000000}$. Dal che manifestamente apparisce, quanto più accuratamente con questa maniera possano farsi Calibri giustissimi, e con facilità grandissima, & essaminare i già fatti.

Mà se il Bombardiere haurà seco questo Stromento di Proportione, haurà seco vn Calibre vniuersale per tutti i paesi, secondo la diuersità de' pesi; poiche conosciuto il diametro d'vna palla di determinato peso di quel paese, ritenuta quell'apertura dello Stromento, à cui tal diametro è applicato al numero corrispondente alle libre del peso, subito si conoscerà il diametro di qual si voglia altra palla di tal materia di qual si voglia peso.

Quindi volendo diametri di palle minori d'vna libra, metta il diametro d'vna libra al numero 12. 12, e potrà hauer il diametro d'vna, due, e più oncie; & anche minori dell' oncia, se trouato il diametro d'vn' oncia si applichi ad vn numero capace della diuisione cercata; così mettendosi al 50. 50, si potrà hauer il diametro d'vna palla, che sia $\frac{1}{50}$ d'oncia.

Che se per auuentura la proportione, che deuono hauer i solidi simili fosse espressa in numero maggiore del 50, che si troua nella linea Cubica dello Stromento, come se la proportione fosse di 40 à 72, si riduca à minor termini, come di 10 à 18, ouero di 5 à 9, e con questi numeri si operi, come se in essi fosse data la proportione, poiche in realtà è la stessa proportione diuersamente espressa. Mà se li numeri della Proportione non hauessero alcuna commune misura, come 49 à 60, s'applichi il lato del solido dato all'interuallo 49. 49; dipoi ritenuta quell' apertura dello Stromento, diuiso il 60 per alcun numero, che lo misuri, sia per cagion d'essempio, il 12, che lo misura per 5, prendo l'interuallo 12. 12, e conseruo questa lunghezza, la quale applico all'interuallo di qualche numero, che habbia tra' numeri della linea vn numero quintuplo à cagione, che il 12 misuraua per 5 il 60; e per essempio l'applico al 7. 7; Quindi al quintuplo di 7, cioè all'interuallo 35. 35 haurò il lato del solido, che sarà come 60 in riguardo del dato, che è 49. E che ciò sia, è chiaro dall'operatione, perche nella prima operatione si trouò il lato d'vn solido, che al 49 era come 12; nella seconda operatione s'è trouato il lato d'vn solido quintuplo di quello, e perciò prendendosi cinque volte il 12, vien'ad essere 60. Così per hauer il lato del solido, che sia come 51 ad vn' altro il cui lato s'addatta all'interuallo 28. 28, prendo l'interuallo 3. 3: questo

ap-

applico, aprendo lo Stromento, al punto 2. 2; & al 34. 34 trouo la grandezza del lato di 51: perche 34 contiene il 2 diecisette volte; all'interuallo 2. 2 fù applicato il lato del solido 3; dunque il 3 preso 17 volte dà 51. Di quì apparisce, che se il numero maggiore si misura dall'8, preso l'altro numero, che lo misura, e raddoppiato l'interuallo, sarà il lato cercato; Come se si volesse il lato di 96, il quale si misura dal 12 per 8; preso l'interuallo 12. 12, e raddoppiato, darà ciò, che si cerca, perche il lato doppio dà il cubo ottuplo, e così il 12 ottuplicato è 96.

Mà quando occorresse, che il numero maggiore di 50 fosse numero primo, non misurato da altro numero, che dall'vnità, e per conseguenza dispari, come se fosse 83, si potrà senza pericolo di errore sensibile prendere la metà del numero all'interuallo 41 ½. 41 ½, e poi applicata questa distanza al punto 25. 25, l'interuallo 50. 50 darà il lato cercato di 83: perche se bene quel lato, che dà il 41 ½ preso à occhio, non è così preciso, è però tanto poca la differenza, che per l'operatione fisica non porta errore notabile.

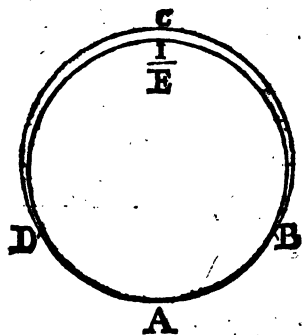
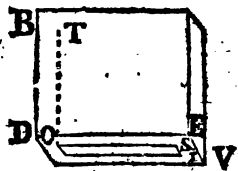
QVESTIONE QVARTA.

Dati due corpi simili, come si conosca la loro proportione.

COn due Compassi si prendano i due lati homologi, & applicati nella linea Cubica à gl'interualli, ne' quali caderanno con precisione la maggiore che si potrà, i numeri, che corrispondono esprimeranno la proportione. E se i lati de' corpi dati fossero troppo grandi per applicargli allo stromento, si operi con vna lor parte aliquota simile, perche il solido

lido simile sopra la parte del lato d'vno, hà al solido simile sopra parte simile del lato dell'altro la proportione, che hanno tra di loro gl'intieri solidi simili sopra i lati intieri.

Prendiamo l'essempio dalli Bombardieri, i quali danno il vento alle palle dell'artiglieria, cioè prendono le palle vn poco minori di quello, che richiede la bocca del pezzo, à fine che mancando per auuentura, come spesso accade, la douuta rotondità alla palla, non resti impedita dal potersi spinger à basso, quanto conuiene, ò nello sparare non incontrasse con qualche piccola prominenza à serrar così giusto, che pericolasse il pezzo. Due sono le prattiche, che adoprano. Primieramente prendono il diametro della bocca del pezzo, e diuisolo in 21 parti, ne danno 20 per il diametro della palla. Ora per sapere, che proportione habbia la palla, che realmente s'adopra, à quella, che giustamente porta il pezzo, s'ella fosse isquisitamente polita, e liscia; prendasi il diametro dell'anima del pezzo, e nella linea cubica dello stromento s'applichi all'interuallo di quel numero, che è il peso della palla, che lo denomina, e sia vn cannone da 40, onde dourà applicarsi all'interuallo 40. 40; e poi si vegga à che interuallo si possa applicare il diametro della palla, ch'è $\frac{20}{21}$ del diametro del pezzo, e si trouerà, che cade tra li numeri 34, e 35, onde si raccoglie, che tal palla non arriua à 35 libre di peso, mà è circa $34\frac{1}{2}$. E cio si conferma, se delli due diametri 21, e 20 si prendano i cubi 9261, & 8000: & essendo il primo libre 40, si faccia come 9261 à 8000, così libre 40 à libre $34\frac{5}{9}$, & in questa maniera, se la portata del pezzo fosse di libre 50, dato il vento alla palla, con leuare al suo diametro $\frac{1}{21}$, saria la palla solo di libre $43\frac{1}{5}$ poco meno.

La

La seconda maniera è tale; il circolo CDAB sia la bocca del pezzo, e dal punto A s'applichi il semidiametro in AB, & AD: e preso l'interuallo DB, dal punto A si tagli il diametro AC nel punto E; & del restante EC si lasci vn terzo IC; & IA sarà il diametro della palla, à cui s'è dato il vento. Per saper dunque quanto meno pesi della giusta portata del pezzo, s'applichi nella linea cubica il diametro AC al numero del peso, che denomina il pezzo, per essempio da 40, all'interuallo 40.40; e poi il numero dell'interuallo, in cui cade il diametro AI manifestarà il peso vero della palla 35. E questo si confermarà, se preso il diametro AC, come 200, trouerò tanto nella linea Aritmetica dello stromento, quanto nelle Tauole Trigonometriche, che BD corda di gr. 120, cioè AE è 173, e per conseguenza EC 27, la cui terza parte 9 è CI; e perciò IE 18 aggiunta alla EA 173 da tutto il diametro della palla AI 191, & AC è 200; i quali numeri nella tauoletta posta in questo Capo sono radici delli cubi 7, & 8: e così se 8 dà libre 40, 7 ne darà 35. Come pure con questo metodo, se l'anima del pezzo fosse capace di palla di libre 50, datogli il vento, si trouerà, che sarà solo di libre 43 $\frac{3}{4}$.

Dalle cose dette si caua, come si possa anche venir in cognitione della solidità de' corpi vuoti, quando la vacuità di dentro è capace d'vn corpo solido simile à quello di tutto il vaso se fosse pieno. Come nella figura 20, se sia dato il vaso BEV, la cui vacuità si riempireb-

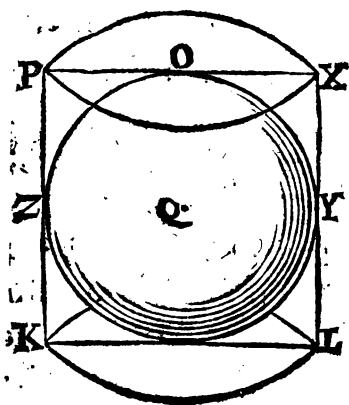
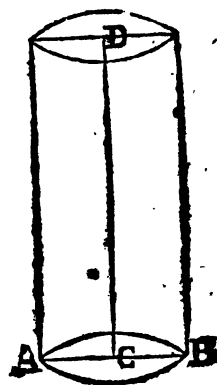
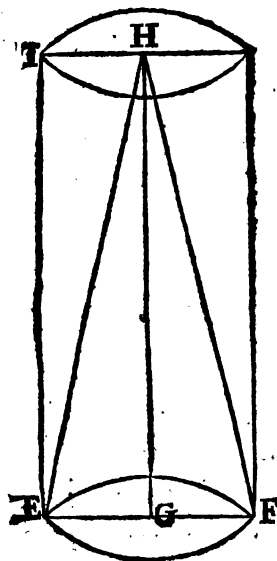
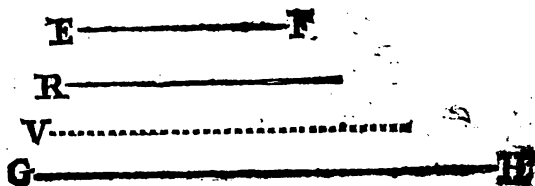
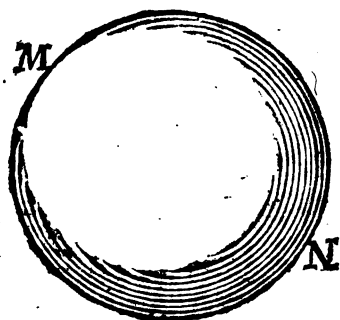
be con

be con vn corpo simile, e sia la sua bocca OI, in maniera che, come DE ad EV, così OS ad SI, e come ED à DB, così SO ad OT profondità della capacità del vaso. Applico il lato DE all'interuallo 18.18, e preso col Compasso il lato OS, trouo, che cade nell'interuallo 9.9, onde argomento, che la solidità del vaso è tanta, quanta è la capacità sua.

QVESTIONE QVINTA.

Come si possa far' vn Cono vguale ad vn Cilindro dato, e che habbiano li diametri delle basi, e gl' Assi proportionali.

OGni Cono paragonato con vn Cilindro, che habbia la base, e l'asse, vguale alla base, & all' asse del Cono, è la terza parte del Cilindro, per la 10 del lib. 12, e perciò dato il Cilindro, basterà trouar'il diametro della base, e l'asse d'vn simile Cilindro, che fosse tre volte maggiore, perche il Cono, che haurà questo diametro della base, e questo asse, essendo la terza parte di questo Cilindro triplo del primo, sarà vguale al primo Cilindro. Ora perche li Cilindri simili sono nella triplicata proportione delli diametri delle basi, per la 12 del lib. 12, cioè come i cubi di detti diametri; perciò applicato il diametro del Cilindro dato AB à qual si voglia numero della linea cubica, come per essempio all'interuallo 6. 6, prendasi il numero triplo (poiche il Cilindro da farsi deue esser triplo) e l'interuallo 18.18, darà la linea

EF

EF diametro della base il cui centro è G. Dipoi all'istesso interuallo 6. 6, applicato l'asse CD del Cilindro dato, l'interuallo 18. 18, darà l'asse GH; e perciò il Cilindro EIF è simile al Cilindro ADB, essendo come AB ad EF diametri, così CD à GH assi; & essendo il cubo di EF triplo del cubo di AB, per la costruttione dello stromento, anche il Cilindro EIF è triplo del Cilindro dato ADB: Dunque essendo il Cilindro EIF triplo anche del Cono EHF sopra la stessa base GEF, con la stessa altezza GH sarà il Cono EHF vguale al Cilindro dato ADB, & hauranno li diametri delle basi, e gl'assi proportionali, come s'era proposto.

QVESTIONE SESTA.

Come si troui vna Sfera vguale ad vn Cilindro dato.

SE fosse data vna gran Colonna, e si volesse sapere, quanto, ò quale douria esser' il diametro d'vna sfera vguale alla colonna (la quale suppongo esser' vn cilindro retto, cioè, che l'asse cade perpendicolare nella base; se nò, facilmente si ridurrà ad vn cilindro retto, che habbia l'istessa base, e l'istessa altezza perpendicolare, che sia asse, come si raccoglie dal Corollario della 11 del lib. 12) prendasi il diametro della base, e l'altezza di tal cilindro; si troui la lor proportione in numeri, per la quest. 5. del cap. 2. e nella linea cubica dello stromento applicato il diametro all' interuallo del numero, che gli corrisponde, si prenda l'interuallo, che dà l'altro numero corrispondente all'asse. Questa distanza trouata s'applichi nello stromento all' interuallo 2. 2, poiche l'interuallo 3. 3 darà il diametro cercato della sfera vguale al cilindro. E se gl'interualli 2. 2, e 3. 3 fossero troppo piccolli, si prendano li loro equemoltiplici in qualunque proportione. Sia nell'istessa fig. 21 dato il cilindro EIF, à cui si voglia far'vna sfera vguale; si troua, che il diametro della base EF all' asse GH è come 91 à 200, cioè come 5 à 11, nella linea cubica applico EF all'interuallo 5. 5, e l'interuallo 11. 11 mi dà la linea R. Applico la linea R all'interuallo 2. 2, e l'interuallo 3. 3 mi dà la linea S diametro della sfera MN vguale al dato cilindro EIF.

Per dimostrare, che ciò sia, prendasi la linea R diametro, & asse del cilindro quadroto KPXL, & in questo cilindro s'intenda

tenda la sfera, il cui centro Q, e così il diametro della base del cilindro KL, come l'altezza KP sia vguale al diametro della sfera. Ora perche li cubi di EF, e di R sono come 5, e 11, per la costruttione dello stromento, la proportione di 5 à 11, cioè di EF à GH, è triplicata della proportione de'lati, cioè di EF à R; dunque R è la seconda di quattro continuatamente proportionali, delle qualli EF è la prima, e GH la quarta; e sia V la terza. Dunque perche le basi de' cilindri EIF, KPL sono nella proportione duplicata de' diameri EF, KL, cioè R, le basi di detti cilindri sono come EF prima alla V terza. Mà come EF à V, così R à GH; dunque come la base, il cui diametro EF, alla base, il cui diametro KL, così l'altezza PK per la costruttione vguale alla linea R, all'altezza GH. Dunque, per la 15 del lib. 12, reciprocandosi le basi, e l'altezze, i due cilindri EIF, KPL sono vguali. Dunque la sfera QZOY, il cui diametro è la linea R vguale all'altezza del cilindro, & il cui circolo massime è vgualle alla base di detto cilindro, è subsesquialtera al cilindro, cioè come 2 à 3, per il Manifesto 9 del lib. 1. de Sphæra; & Cylindro d'Archimede. Dunque essendosi presa la linea R lato del cubo 2, e la linea S lato del cubo 3, la sfera MN, il cui diametro è la linea S è sesquialtera della sfera QZOY, il cui diametro è la linea R. Dunque così la sfera MN, come il cilindro KPL essendo sesquialteri della stessa sfera QZOY, sono vguali; dunque anche la sfera MN è vguale al dato cilindro EIF.

QVESTIONE SETTIMA.

Data vna Parabola, trouare la proportione di due segmenti terminati ad vn medesimo punto.

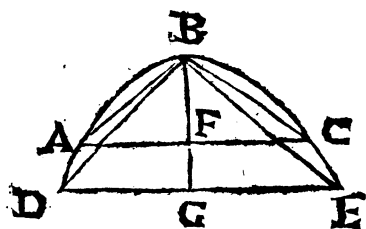
SIa data la Parabola ABC, & in essa due segmenti AFB, e BC terminati nello stesso punto B. Si cerca la proportione di questi due segmenti. Tirisi il Diametro BD: il che si farà, se congionte le estremità de' segmenti con la retta AC, à questa dal punto B si tirarà parallela la BG; e così l'vna come l'altra parallela diuise per mezzo in H & I; la retta HI prodotta sin in F sarà il diametro, à cui sono Applicate HE, IB. Dunque sia BD parallela alla FH, e sarà diametro, essendo che nella Parabola tutti i diametri son paralleli all'Asse. Sì che il diametro BD taglia la AC in E.

Ora perche li segmenti AFB, e BC hanno tra di loro la triplicata proportione della linea AE all'EC, come dimostra Gregorio di S. Vicenzo lib. 5. Quadr. circ. prop. 260; mettasi la linea AE in qualsiuoglia interuallo della linea Cubica; e quell'interuallo, doue capirà la linea EC col numero opposto dimostrarà la proportione delli due segmenti: poiche essendo triplicata della proportione di AE ad EC, sarà la medesima delli Cubi di dette linee AE, EC.

QVE-

QVESTIONE OTTAVA.

Data vna Parabola terminata, tagliata da vna linea parallela, trouar la proportione delle parti, nelle qualli è diuisa.

SIa data la Parabola DBE terminata dalla linea DE; & à questa sia parallela la linea AC. Si cerca la proportione del segmento ABC al restante DACE. Diuise le due parallele in mezzo in F, e G, sia tirata la BG diametro della Parabola. Ora perche le line BF, BG sono nella duplicata proportione di AF à DG (essendo tra di loro come li quadrati delle ordinatamente Applicate, alli quali son vguali i Rettãgoli da esse saette & il lato Retto) cioè di tutte le intiere AC, DE; la proportione del Triangolo ABC, al Triangolo DBE è composta della proportione delle basi AC, DE, e dell' altezze BF, e BG, cioè è triplicata di AC à DE.

Mà perche la Parabola ABC alla Parabola DBE è nella proportione del suo Triangolo massimo ABC al Triangolo massimo DBE; dunque la Parabola ABC alla Parabola DBE è nella triplicata proportione della linea AC alla linea DE. Mettasi dunque nella linea Cubica dello stromento à qualsiuoglia interuallo la linea DE, e trouisi doue capisca l'interuallo AC, che sarà manifesta la proportione delle due Parabole: e presa la differenza trà di loro, sarà manifesta la proportione del segmento ABC al restante DACE.

QVE-

QVESTIONE NONA.

Come d'vn numero dato si troui la Radice Cubica.

APerto lo Stromento; gl'interualli de'numeri nelle linee cubiche danno i lati de'cubi, i qualli hanno tra di loro la proportione espressa dalli numeri adiacenti. Dunque se detti lati s'applicheranno ad interualli delle linee Aritmetiche, si conoscerà la proportione di detti lati; la qual'è la subtriplicata della ptoportione de'Cubi. Dunque conosciuta la proportione di due cubi, & il lato d'vno di essi, si conoscerà anche l'altro. Quindi è, che applicato vn cubo ad vn numero delle linee cubiche, e preso il lato d'vn'altro cubo conosciuto nella sua radice, & applicata questa all'interuallo corrispondente nelle linee Aritmetiche, l'altro lato del cubo dato si conoscerà, essendo applicato all'interuallo proportionato delle linee stesse Aritmetiche. Perciò dato vn numero preso come cubo; & applicato alle linee cubiche (nel modo proportionatamente, che si disse dell'estrattione della radice quadrata con le linee Geometriche) quel che resta tagliate via le tre vltime figure, e preso l'interuallo d'vno de'numeri cubi segnati nelle linee, cioè 8, ouero 27, radice de' quali sono 2, e 3, e questo poi nelle linee Aritmetiche applicato al 20. 20, ouero al 30. 30, l'altro interuallo applicato alla stessa linea, darà la radice cubica cercata. E la ragione, perche si buttino via le tre vltime figure, è perche li cubi di 20, e di 30 sono 8000, e 27000, e così gettate via le tre vltime figure, resta la proportione de'cubi espressa in numeri minori, che sono segnati nelle linee dello Stromento: & applicati poi gl'in-

gl'interualli alli 20, ouero 30, & à numeri corrispondenti, vengono le radici cercate.

Cerchisi la radice cubica del numero 14119; gettate via le tre figure 119, il resto 14 applico all'interuallo 14. 14 delle linee cubiche: poi con vn'altro Compasso prendo l'interuallo 8. 8 nella stessa apertura dello Stromento. Poi nelle linee Aritmetiche applico questo secondo interuallo preso alli punti 20. 20, che è la radice di 8000, e vedendo, che il primo interuallo preso applicato à queste stesse linee Aritmetiche cade al 24. 24, e vn poco più; dico, che la radice cubica del dato numero 14119 è 24 con vna frattione aderente. Che se le tre vltime figure tagliate passano li 500, si può accrescer d'vn'vnità il numero, che resta, poiche più s'accosta al mille. Così cercandosi la radice di 19864, si può in vece del 19 prendere il 20, & operando come prima, si troua esser la sua radice 27, e poco più.

Mà se il numero restante fosse maggiore del massimo notato nelle linee cubiche, prendasi vna parte aliquota tale, che nelle linee cubiche siano due numeri così moltiplici l'vno dell'altro, come il tutto è moltiplice della detta parte aliquota: come se si prende la sesta parte, vi sia vn numero sestuplo d'vn'altro. Et in tali occasioni è bene nel principio prendere piccola apertura dello Stromento, per poter poi applicar quell'interuallo preso à numeri minori, come mostrerà l'isperienza. Cerchisi la radice cubica di 336212: tagliate le tre vltime figure, resta 336, il qual'è troppo grande; piglio dunque la settima parte di 336, cioè 48, & aperto lo Stromento, prendo nelle linee cubiche l'interuallo 48. 48, e con vn'altro Compasso l'interuallo 8, 8. Mà perche il lato preso di 48 è solo il lato d'vn cubo subsettuplo del cubo dato, perciò

ciò cerco nella linea cubica due numeri, vno de' quali sia settuplo dell'altro, e sono 5, e 35, perciò quell'interuallo preso 48. 48, allargando lo Stromento, lo metto alli punti 5. 5, & allhora prendo l'interuallo 35. 35, che è quello, che si cercaua. Quindi l'interuallo, che fù preso tra 8. 8, applico nelle linee Aritmetiche al 20. 20; & in quell'apertura di Stromento trouando, che l'vltimo interuallo s'applica nelle dette linee Aritmetiche alli punti 69. 69, & vn poco più, dico, che la radice del numero 336212 è 69 con vna frattione.

Quando poi l'interuallo vltimo riuscisse così grande, che fosse maggiore dell'interuallo 100. 100 della linea Aritmetica, si descriue vna linea vguale à tal' interuallo delle linee Cubiche vltimamente trouato, e cauatone la distanza 100. 100 delle Aritmetiche, s'applica il resto della linea, e si vede quanto di più vada aggiunto al 100. Cerchisi la radice cubica di 1840325, gettate le tre vltime figure, diuido il resto 1840 in quaranta parti, e trouo, che la sua quarantesima parte è 46. Apro mediocremente lo Stromento, e prendo col primo Compasso l'interuallo 46. 46, e col secondo Compasso l'interuallo 8, 8. Dipoi, perche il cubo 46. 46 và moltiplicato 40 volte, applico quell'interuallo preso col primo Compasso all'interuallo 1. 1, e poi prendo l'interuallo 40, 40. Et operando poi, con hauer' applicato l'interualo preso col secondo Compasso alli punti 20. 20 delle linee Aritmetiche, trouo, che eccede l'altro Compasso la massima distanza 100. 100: perciò da vna linea descritta vguale all'vltimo interuallo preso col Compasso alli punti 40, 40 delle cubiche, cauo l'interuallo 100. 100 dell'Aritmetiche, & applico à quello il resto della linea descritta, e cadendo alli punti 22, dico, che la radice cubica del numero dato 1840325, è 122 con qualche frattione.

Quì

Quì pure nel numero così grande, che due numeri, i quali moltiplicati insieme lo producono, sono maggiori delli notati nella linea cubica dello stromento, se ne piglino 3, ò anche quattro, dalla moltiplicatione de' quali vien prodotto il numero, che resta, leuate le tre vltime figure, nel modo detto, quando si parlò dell'estrattione della radice quadrata. Così cercando la radice cubica di 3600000, leuate le tre vltime figure, resta 3600, che si fà dal 60 per 60: posso dunque prendere tre numeri 15. 15. 16, e preso l'interuallo 15. 15, prender poi il lato del cubo quindecuplo di questo, applicando quell' interuallo al 3. 3, e poi prendendo l'interuallo 45. 45, & hauuto questo, s'hà à prender' il lato del cubo sedecuplo, il che si farà applicando questo secondo interuallo trouato al 3. 3, e poi prendendo l'interuallo 48. 48, & operando con questo nel modo detto, nelle linee Aritmetiche si troua, che la radice cubica di 3600000, sarà 153 in circa.

Finalmente per i piccoli numeri s'opera senza tagliarne alcuna figura; e s'hanno l'intieri con le decime. Cerco la radice del numero 47; prendo l'interuallo 47.47, & anche 8.8, questo secondo nelle linee Aritmetiche applico al 20. 20, e l'altro cade nel 36. 36, poco più: onde dico, che la radice cubica di 47 è 3 $\frac{6}{10}$, poco più: perche per radice di 8 doueà prendersi 2, e non 20; dunque hauutisi i decimi del cubo preciso, vengono li decimi del cubo dato non così preciso. Cerco la radice di 180, prendo il quinto 36, e l'interuallo 36. 36 applico ad vn'altro numero, di cui sia il quintuplo nelle linee cubiche, per essempio al 5. 5, e poi prendo l'interuallo quintuplo 25. 25. Poi applicato l'interuallo 8. 8, preso da principio al 20.20, delle linee Aritmetiche, trouo, che l'vltimo interuallo cade nelle linee Aritmetiche al 56. 56, e qua-

ſi 57. 57. onde conchiudo, che la radice cubica di 180 è $5\frac{6}{10}$ in circa.

Che ſe il numero dato non foſſe intiero, ma vn rotto, di cui ſi cercaſſe la radice cubica; ſarà facile il trouarla; cioè nelle linee cubiche applicando all'interuallo corriſpondente al numero, che ſi vuol ritenere (ò ſia il Numeratore, ò pure il Denominatore) il compaſſo con quell'apertura, che ſi vuole; e di poi con altro compaſſo prendendo l'interuallo riſpondente all'altro numero della frattione data; poiche nelle linee Aritmetiche applicato il primo compaſſo al numero, che ſi vuol ritenere della data frattione, ouero ad vn ſuo moltiplice, (il che ſarà meglio, per hauer la radice più vicina alla preciſione) l'ltro compaſſo moſtrarà il numero cercato. Sia per cagione d'eſempio dato il roto $\frac{4}{7}$, di cui ſi vuole la radice cubica: prendo nelle cubiche l'interuallo 4. 4. (poiche voglio ritener il Numeratore) e con altro compaſſo l'interuallo 7.7. Quindi applico il primo compaſſo nelle linee Aritmetiche al decuplo di 4, cioè al 40, & il ſecondo compaſſo caderà all'interuallo 48. 48, poco più: onde la radice ſarà proſſimamente $\frac{40}{48}$, cioè proſſimamente $\frac{5}{6}$, il cui cubo $\frac{125}{216}$ è poco maggiore del cubo dato $\frac{4}{7}$. Che ſe nelle linee cubiche prendo col primo compaſſo l'interuallo 7.7, e col ſecondo 4. 4, nelle Aritmetiche applico il primo compaſſo al 70.70, & il ſecondo cade all'interuallo 58.58. onde la radice è proſſimamente $\frac{58}{70}$, cioè $\frac{29}{35}$; il cui cubo $\frac{24389}{42875}$ è poco minore del cubo dato $\frac{4}{7}$. La ragione di queſto modo di operare è manifeſta, perche cercandoſi la radice cubica ad vn numero rotto, ſi cerca vna frattione, il cui Numeratore al ſuo Denominatore habbia la proportione ſubtriplicata del Numeratore al Denominatore della data frattione. Ora per la conſtruttione dello ſtromento ſi hanno

i lati

i lati de'cubi, che sono nella subtriplicata proportione de gli stessi cubi; dunque prendendo come cubi il Numeratore, & il Denominatore, gl'interualli, che alli loro numeri corrispondono, sono nella subtriplicata proportione; e perciò esaminata la loro quantità nelle linee Aritmetiche, si hauranno due numeri nella subtriplicata proportione, come si cerca. Perciò à fine di cauare la sudetta radice Cubica senza lo stromento, bastarà moltiplicar il quadrato del Numeratore 4, cioè 16, per il Denominatore 7, e dal prodotto cauata la radice cubica sarà la prima delle due medie proportionali tra 4, e 7, e perciò Denominatore sotto il Numeratore 4. Ouero il quadrato del Denominatore 7, cioè 49, si moltiplicarà per il Numeratore 4, e dal prodotto la radice cubica sarà la seconda delle due medie tra 4, e 7, e perciò Numeratore, a cui per Denominatore si dà il 7.

In questo luogo, come per aggiunta, mi persuado non sia per esser discaro al mio Lettore, se proporrò vna maniera assai facile per trouar la radice cubica de' numeri, almeno molto vicina alla precisione, della quale non si curano più che tanto quelli, che cercano tali compendij, dissi vicina alla precisione, non perche non si possa hauere la radice precisa, quando ella c'è, ma perche in alcuni numeri grandi, come appresso si vedrà, non sempre s'affronterà.

Per li numeri, che non siano maggiori di sei figure, e perciò la radice non è che di due figure, seruirà con ogni precisione la seguente tauoletta, in cui nel capo di ciascun' ordine, dou'è C 2. C 3. &c. si mostra che, quando la prima nota della radice è 2, ouero 3, ò qualunque altro numero, tutto quello, che si dourà cauare, è vno de'numeri posti in quell'ordine venendo à basso; e nella prima colonna, doue son poste le 9

 radici,

radici, corrisponde al numero la figura, che si deue aggiunger' alla radice trouata da principio.

R	C.	C. 1	C. 2	C. 3	C. 4	C. 5	C. 6	C. 7	C. 8	C. 9
1	1	331	1261	2791	4921	7651	10981	14911	19441	24571
2	8	728	2648	5768	10088	15608	22328	30248	39368	49688
3	27	1197	4167	8937	15507	23877	34047	46017	59787	75357
4	64	1744	5824	12304	21184	32464	46144	52224	80704	101584
5	125	2375	7625	15875	27125	41375	58625	78875	102125	128375
6	216	3096	9576	19656	33336	50616	71469	95976	124056	155736
7	343	3913	11683	23653	39823	60193	84763	113533	146503	183673
8	512	4832	13953	27872	46592	70112	98432	131552	169472	212192
9	729	5859	16389	32319	53649	80379	112509	150039	192969	241299

Sia dato il numero 438976, da cui deuesi estrarre la radice cubica. Noto li punti sotto il 6, e l'8 al modo consueto: e nel secondo ordine, che è de'cubi, trouo, che il cubo prossimamente minore di 438 è 343 cubo di 7; dunque noto 7 per radice, e leuo 343 dal 438, e resta 95. A queste figure 95, che son restate, aggiungo l'altre tre figure del numero dato, & è 95976.

```
438976 | 76
343
------
95976
95976
------
    0
```

Ora perche la radice trouata da principio è 7, cerco nell' ordine C. 7, venendo à basso vn numero vguale, ò prossimamente minore del 95976, e lo trouo precisamente à dirittura della radice 6 nella prima colonna: perciò aggiungo il 6 alla radice 7, e fatta l'estrattione, nulla rimane; onde conchiudo, che il num. dato 438976 è precisamente cubo, e la sua radice è 76.

Nell'

Nell'istessa maniera dato 749812, leuo dal 749 il cubo di 9, che è 729, e rimane 20. Il numero, che resta è 20812. Ora perche la radice è 9, cerco nella colonna C. 9 vn numero prossimamente minore, e niuno ve n'è; onde aggiungo il 0 alla radice, che sarà 90, e resta per numeratore della frattione adiacente il numero 20812; e per denominatore al modo solito sarà il triplo della radice trouata, cioè 270, moltiplicato per la stessa radice, & il prodotto 24300 sarà il denominatore, ouero moltiplicato per la radice accresciuta dell'vnità, cioè per 91, & il prodotto 24570 sarà il denominatore, a cui per lo più torna bene aggiungere l'vnità, onde sia 24571, quello dà la frattione maggiore, e questo minore del douere.

$$\begin{array}{r|l} 749812 & 90\,\frac{20812}{24570} \\ 729 & \\ \hline 20812 & \end{array}$$

Mà se il numero dato fosse 57649, leuo dal 57 il cubo di 3, che è 27, e resta 30; sì che il numero rimanente per la seconda operatione è 30649. Cerco dunque nella colonna C. 3 vn numero prossimamente minore di questo, che è rimasto, e trouo 27872, quale cauo dal 30649, e resta 2777. E perche all'incontro del sudetto numero 27872 si troua la radice 8, aggiungo questa al 3, & è la radice del numero dato 38 con vna frattione, il cui numeratore è quel 2777, che restò, & il denominatore è il triplo della radice 38 moltiplato per 39, per hauer la frattione minore, ouero il triplo quadrato della radice 38, per hauer la frattione maggiore.

$$\begin{array}{r|l} 57649 & 38 \\ 27 & \\ \hline 30649 & \\ 27872 & \\ \hline 2777 & \end{array}$$

La ragione di questo modo d'operare è, perche i numeri di ciascuna area della tauoletta sono quelli, che si fanno dal

triplo

triplo quadrato del numero posto in cima (preso però come numero decadico, cioè non 2, ma 20, e così de gl'altri) moltiplicato nel numero laterale corrispondente della radice, e di più dal quadrato della radice posta nella prima colonna nel triplo del primo numero della radice preso pure come decadico, e di più dal cubo della detta seconda figura della radice. Per essempio, sotto il C. 3. si troua corrispondente alla radice laterale 3 il numero 8937. Questo si fà dal quadrato di 3 (cioè dello 30 posto in cima) preso tre volte, & è 2700, moltiplicato per la seconda radice laterale 3, onde è 8100. Di più il triplo della prima radice, che era 3 (cioè 30) è 90, e questo si moltiplica per il quadrato della seconda radice 3, cioè per 9, e si fà 810. Finalmente prendo il cubo della seconda figura della radice 3, cioè 27, & aggiunti insieme questi tre numeri solidi 8100, 810, 27, si fà la somma 8937: E questo numero si dourà sempre cauare nella seconda operatione, quando la prima figura della radice sarà 3, e la seconda sarà parimenti 3. L'istesso s'intenda fatto in tutti gl'altri numeri areali di questa tauoletta. Onde fatta la fatica vna volta in far la tauoletta, riesce poi facile l'operatione nel modo detto.

Che se il numero dato sarà maggiore di sei figure, si diuida per vn numero cubo, di cui sia conosciuta la radice, e del quotiente rimasto minore di sette figure si caui nel modo predetto la radice; poiche se questa radice trouata si moltiplicarà per la radice nota del cubo, che fù diuisore, si produrrà la radice cercata del numero dato. La ragione di ciò è manifesta, perche come l'vnità al diuisore, così il quotiente al numero diuiso; dunque essendo l'istessa la lor proportione subtriplicata, è ancho come la radice cubica dell'vnità alla radice cubi-

ca del diuiſore, così la radice cubica del quotiente alla radice cubica del numero diuiſo; queſta dunque ſi fà con la moltiplicatione delle radici cubiche del quotiente, che è trouata, e del diuiſore, che ſi ſuppone nota. Sia dato il numero 32001350400O, di cui ſi cerca la radice cubica. Mi è noto, come ſuppongo, che 438976 è numero cubo, la cui radice è 76. Prendo quel numero per diuiſore del numero dato, e mi vien per quotiente 729000; di queſto cerco la radice cubica nel modo ſopradetto, e trouata eſſer 90, moltiplico 90 per 76 radice del diuiſore, e ſi produce 6840 radice cercata del numero dato. Così ſia dato 128024064: queſto diuido per 343 cubo del 7: del quotiente 373248 trouo la radice eſſere 72; e queſta moltiplicata per 7 radice del diuiſore, produce 504 radice cercata del numero dato.

Ma ſe vn numero ſarà così grande, che non ti ſia noto vn cubo, che diuidendolo laſci per quotiente meno di 7 figure, diuidilo per quel cubo, che ti è noto: & il quotiente troppo grande diuidi ſimilmente per vn cubo noto, fin che habbi vn quotiente piccolo à tuo modo, dal quale poſſi cauar la radice: dipoi queſta radice moltiplicata ſucceſſiuamente con le radici de' cubi preſi per diuiſori, darà finalmente la radice cercata.

Di quì hai vn modo aſſai facile per cauare la radice cubica anche ſenza queſta tauoletta, ſe ſolamente ſaprai i primi noue cubi, diuidendo per eſſi il tuo numero, fin che reſti vn quotiente minore di 4 figure, di cui ti ſarà nota la radice; e queſta poi moltiplica per tutte le radici de' cubi diuiſori. Sia dato lo ſteſſo numero poco prima poſto 128024064: lo diuido per 729 cubo del 9, & il quotiente 175616 diuido di nuouo per 343 cubo del 7, e viene il quotiente 512, la cui radice è

pre-

precisamente 8. Dunque moltiplicate insieme queste tre radici 9,7,8, si produce dell'8 in 9 il 72, e questo per il 7 dà 504 radice del detto numero.

Dal che potrai anche inferire la facilità del seruirsi delli cubi di 10, 100, 1000, &c. tagliando dal dato numero alla destra tanti numeri ternarij di figure, che non restino più di tre figure, delle quali prendi il cubo maggiore con la sua radice, e quel che auanza del numero restato aggiungi alle figure tagliate, e serue per numeratore della frattione, il cui denominatore sarà il triplo quadrato della radice trouata, aggiunti tanti zeri, quante figure tagliasti fuora: Dipoi questa radice trouata moltiplica per il 10, ouero 100, &c. conforme tagliasti fuora 3, ò 6, ò 9 figure, e si produrrà la radice cercata; è ben vero, che sarà vn poco maggiore del douere, come per il contrario, se hauessi accresciuto d'vn' vnità quel triplo quadrato della radice, verrebbe vn poco minore del douere. Così sia dato l'istesso 128024064; táglio sei figure, che è come diuiderlo per 1000000, cubo del 100, resta $128\frac{024064}{1000000}$, da cui cauato 125 cubo di 5, resta 3 con la frattione: Dunque, poiche 75 è il triplo quadrato di 5, la radice sarà $5\frac{3\frac{024064}{1000000}}{75}$, cioè $5\frac{3024064}{75000000}$, questa radice moltiplicata per 100 radice del cubo diuisore, produce 504, con l'aggiunta d'vna frattione, la quale fà il numeratore troppo grande, che se in vece del 75 hauessi preso 76, saria venuto meno di 504, onde si caua douersi prendere 504.

CAPO V.

Come s'habbia à notare nello Stromento la Proportione de' Metalli; & vso di questa linea Metallica.

HAbbiamo sin'ora nelle linee segnate sù lo Stromento, risguardato precisamente le grandezze, ò siano lunghezza, ò aree, ò corpi, senza tener conto della materia; Ora per cagion d'essempio, onde altri potrà à suo talento descriuerné altre, consideriamo le grandezze in materie determinate in quanto si possono paragonar'insieme, e siano li metalli, aggiungendoui la Calamita, il Marmo, e la Pietra, per hauer dieci materie da paragonar' insieme. In due maniere si può instituire questa comparatione, cioè nella grauità, essendo vguale la lor mole; ouero nella mole, essendo vguale il lor peso. Mà perche hauere nello Stromento vna linea diuisa nella proportione della grauità, è cosa, che non hà molta difficoltà, poiche è vna diuisione di linea semplice, e tutte le sue operationi non solo si puonno facilmente fare con la linea Aritmetica, hauuto risguardo alla Tauoletta, che quì si porrà, nella cui seconda colonna s'esprimono le proportioni delle grauità; ma anche senza la Tauoletta si potranno cauare dallo Stromento nel modo, che quì à basso nella Quest. 1. si dirà; perciò è meglio hauer le proportioni de' lati cubici, ouero delli diametri delle sfere, ch'essendo di diuersa materia, sono però di vgual peso; e questo hauendo qualche difficoltà, conuerrà quì spiegare, acciò si vegga il modo, che si deue tenere; poiche li meno prattici vi ci potriano prendere non piccolo sbaglio.

Suppongo noto dalla Statica, che la specie della grauità de' corpi paragonati insieme si conosce dal peso di ciascuno nell' istesso mezzo, in cui grauitano, essendo di mole vguali: così perche vna palla di ferro pesata nell'aria si troua essere libre 21, doue che vna di pietra della stessa grandezza pesata pure nell'aria, non è che libre 7, perciò dicesi, che il ferro è tre volte più pesante della pietra. In oltre suppongo ciò, che nella Statica si dimostra, che le grauità specifiche de' corpi, e le loro moli sono reciprocamente proportionali, cioè, come la grauità specifica del primo, alla grauità specifica del secondo, quando le moli sono vguali, così quando le grauità assolute son' vguali, la mole del secondo alla mole del primo. E per stare nell'essempio proposto del ferro, e della pietra, il ferro è in specie tre volte più pesante della pietra; dunque quando saranno due masse, vna di ferro, e l'altra di pietra vguali di peso, la massa di pietra sarà reciprocamente tre volte maggiore di quella di ferro. Così perche in mole vguale il peso dell'oro è come 100, & il peso del rame è come 47 $\frac{1}{3}$, così in peso vguale la mole del rame sarà come 100, e la mole dell' oro sarà come 47 $\frac{1}{3}$; e così di tutte l'altre grauità.

Quindi è, che conosciuta la proportione, che hanno le grauità specifiche de' corpi proposti, si verrà a trouar la proportione della loro solidità, quando si suppongano di pesi vguali, se si riuoltarà la proportione delle grauità in modo, che quello, ch'era conseguente nelle grauità, diuenga antecedente della proportione nelle solidità. Onde essendo li dieci corpi proposti nella grauità tali, che l'oro è il più pesante, e la pietra il più leggiero, per il contrario, se si faranno dieci palle di peso vguale, quella di pietra è la più grande, e quella d'oro la più piccola.

E pri-

E prima di paſſar'auanti, mi conuien quì auuiſare, che ſi troua appreſſo gl'Autori qualche diuerſità nel determinare le proportioni delle grauità ſpecifiche; e ciò è potuto accadere ſenza alcun errore, ò imperfettione nelle lor' iſperienze, perche il ferro, ò l'argento, ò l'oro di tutte le miniere non è perfettamente ſimile, ne tutti i marmi ſono giuſtamente peſanti à vn modo, e da queſta diuerſità de' corpi oſſeruati hà potuto naſcere la diuerſità delle proportioni, che ſi ſono determinate: anzi deue auuertirſi, che ſi troua diuerſità di peſo nel metallo coniato, e nel metallo fuſo, perche nel fonderlo non ſi condenſa tanto, quanto nel batterlo per coniarlo, e così nella ſteſſa mole ſi può trouare diuerſità di peſo tra argento, & argento tolto dalla ſteſſa miniera. Mà purche ſi prenda la proportione trouata da alcun'eſſatto, e diligente oſſeruatore, tanto baſta; perche nell'operatione fiſica, à cui ſerue queſto Stromento di Proportione, di cui trattiamo, non può riuſcir'errore notabile. A me è piacciuta la proportione apportata dal Merſennio ne'ſuoi Hidraulici, come quella, che mettendo la grauità dell'oro, come 100, e paragonando con eſſa l'altre grauità, moſtra alla prima aſſai intelligibilmente la loro proportione.

Tauola delle grauità specifiche d'alcuni corpi, della solidità delle sfere vgualmente pesanti, e loro diametri in particelle millesime.

Corpi	Grauità specifiche	Solidità delle sfere, ò de'cubi	Proportioni de' diametri, ò lati cub.
Pietra	14	100	4.641 †
Marmo	21	$66\frac{2}{3}$	4.055 --
Calamita	26	$53\frac{11}{13}$	3.776 †
Stagno	$38\frac{1}{4}$	$36\frac{23}{38}$	3.320 †
Ferro	42	$33\frac{1}{3}$	3.218 †
Rame	$47\frac{1}{3}$	$29\frac{27}{47}$	3.094 --
Argento	$54\frac{1}{2}$	$25\frac{37}{54}$	2.950 †
Piombo	$60\frac{1}{2}$	$23\frac{17}{321}$	2.850 --
Argento viuo	$71\frac{1}{2}$	$19\frac{41}{71}$	2.695 †
Oro	100	14	2.410 †

Or'ecco in qual maniera s'è fatta questa Tauoletta, in cui nella prima colonna sono posti i corpi per ordine, come vanno crescendo di grauità, e calando di mole; nella seconda sono le grauità specifiche, cioè i pesi di detti corpi, quando sono di mole vguali; nella terza la solidità delle sfere fatte di ciascun corpo, sì che però siano di peso vguali: e quel che delle sfere si dice, s'intende de'cubi, e di qualsiuoglia altro corpo simile, poiche tutti sono nella triplicata proportione de'

de' lati homologi, come le sfere sono nella triplicata propor-portione de' diametri: nella quarta poi sono le proportioni de' diametri delle sfere, ò lati de' cubi: Ecco, dico, in qual maniera s'è fatta questa Tauoletta. Perche la grauità della pietra è 14, e l'altra estrema dell'oro è 100, la mole della pietra si pone 100, e quella dell'oro 14. Dipoi paragonando la pietra col marmo, quella è in grauità 14, e questo 21; dunque quella in mole è 21, e questo 14, ma s'è posta la mole della pietra 100, dunque dico, se 21 dà 14, 100 danno $66\frac{2}{3}$, e questa sarà la mole del marmo. Nell'istessa maniera s'anderà paragonando la grauità della pietra con la grauità de gl' altri, e si farà reciprocamente tale la mole della pietra alla mole di detti corpi. E questo compendiosamente si fà pigliando il numero 1400, e diuidendolo per ciascun numero delle grauità, cioè per 26 grauità della calamita, & il quotiente $53\frac{11}{13}$ è la mole della calamita; per $38\frac{1}{4}$ grauità dello stagno, & il quotiente $36\frac{32}{51}$ è la mole dello stagno, e così de gl'altri.

E perche nello Stromento conuien notare la proportione subtriplicata delle sfere, ò de' cubi, perciò da ciascun numero delle solidità si caua la radice cubica, aggiungendo à ciascun numero noue zeri, à fine d'hauer la radice in parti millesime: nel che s'è operato nella stessa maniera, che nel Capo 4. onde circa il modo di seruirci de' numeri della quarta colonna per notar le diuisioni dello Stromento, non occorre replicar ciò, che già di sopra s'è detto.

Per venir dunque all'essecutione dal centro dello Stromento, tiro le due linee AP vguali; e pongo, che AP sia diametro d'vna palla di pietra, il quale conforme alla Tauoletta è 464 centesime: onde si può intendere tutta la linea diuisa

in

in 116 parti, ciascuna delle quali sia $\frac{1}{100}$. Quindi è, che prendendo la metà della linea AP, sarà di queste parti 58; e perciò nella linea Aritmetica dello Stromento applico la metà di AP all'interuallo 58. 58; & hò lo Stromento aperto per poter segnare occultamente nella linea AP gl'intieri, che sono 4. Essendo dunque ciascuna di quelle 116 parti di $\frac{1}{100}$, vn'intiero ne contiene 25: onde prendendo l'interuallo 25. 25, dal punto A, lo segno occultamente nella linea AP, replicandolo solo tre volte ne' punti a, b, c: perche tanto basta per il resto dell'operatione. Sì che vna di queste parti vltimamente trouate è 100 di quelle particelle, delle quali tutta la AP è 464.

Dunque per hauer le parti centesime in ordine à segnar nella linea AP gl'altri diametri, la grandezza d'vna di queste parti vltimamente trouate per vn'intiero, applico nella stessa linea Aritmetica all'interuallo 50. 50; e ritenuto lo Stromento nella stessa apertura passo all'inuestigatione de gl'altri diametri nel modo che nella Quest. 10. del Cap. 2. si disse. Così perche il diametro della sfera di marmo è 405, prendo 105, & all'interuallo della metà cioè al 52 $\frac{1}{2}$. 52 $\frac{1}{2}$ hò la parte da aggiunger alli tre intieri, cioè dal punto c sin'all'M; e così di quali parti AP è 464, di tali essendone A c 300, e c M 105, tutta la AM è 405 diametro d'vna sfera di marmo di peso vguale alla sfera di pietra. Così per la calamita alli due intieri A b aggiungo l'interuallo della metà di 178, cioè di 89. 89, & è b C; onde AC è il diametro per la calamita: E così de gl'altri. Similmente per l'argento, il cui diametro è 295, prendo alla metà di 295 l'interuallo 97 $\frac{1}{2}$. 97 $\frac{1}{2}$, e l'aggiungo ad vn intiero, cioè dal punto a, onde AA è il diametro di vna sfera d'argento. E nella istessa maniera s'anderanno aggiun-

gendo negl'altri ad vn intiero gl'interualli proportionati; il che già tante volte s'è detto, che non occorre replicarlo.

Quì auuerto che nello Stromento si son poste le lettere initiatiue de' nomi Italiani, e per l'argento viuo, già che hà ottenuto da'Chimici il nome di Mercurio fattogli già commune, s'è posta la lettera M, la qual'essendo la più vicina alla lettera O, e sapendosi, che doppo l'oro l'argento viuo è il più pesante, ogn'vno facilmente intende essere la M per l'argento viuo. Sarà poi lecito à qualsiuoglia Artefice porre quelle lettere, che più gli piacerà, purche siano tali, che si possa facilmente conoscere qual nome dimostrino.

QVESTIONE PRIMA.

Come si possa cauare la proportione delle grauità specifiche di due, ò più corpi.

Già s'è detto, che le grauità specifiche sono reciprocamente, come le moli, e grandezze delli pesi assolutamente vguali; onde è manifesto, che hauendosi nello Stromento la proportione subtriplicata delle moli, questa proportione triplicata darà la proportione delle moli, e rouersciata sarà proportione delle grauità specifiche. Si può dunque in due maniere operare. Primieramente, allargando lo Stromento, quanto piace, e prendendo con due Compassi gl'interualli de'due corpi, la cui proportione delle grauità specifiche si cerca: dipoi con la linea Aritmetica per la Quest. 5. del Cap. 2. si vegga, che proportione in numeri habbiano quelli due interualli presi: li numeri si cubichino, e sarà nota la proportione cercata, se si riuolterà. Per essempio voglio para-

paragonar l'oro con la pietra, prendo gl'interualli dell'vno, e dell'altra, e con la linea Aritmetica trouo alla pietra corrispονder 100, & all'oro 51, & vn poco più, quasi 52: piglio il cubo di 100, che è 1000000, & il cubo di 51, che è 132651 e dico, che l'oro alla pietra in mole vguale, è di peso, come 1000000, à 132651 in circa, cioè come 100 à 13 $\frac{2651}{10000}$. Mà preso il cubo di 52, che è 140608 trouò, che è come 100 à 14 $\frac{608}{10000}$, onde, poiche il 52 è stato preso troppo grande, le grauità specifice sono come 100, e 14.

Secondariamente si può fare con più facilità, quando nello Stromento vi sia la linea cubica; poiche il primo modo proposto è buono, quando nello Stromento essendoui la linea metallica non v'è la cubica. Prendansi come prima gl'interualli della linea metallica, e si vegga nella linea cubica, à quali interualli s'addattino, & i numeri della linea cubica mostreranno i termini della Proportione reciproca, poiche mostrano la proportione delle grandezze. Così l'interuallo FF nella linea metallica corrispondente al ferro portato sù la linea cubica all'interuallo 13. 13, l'interuallo CC corrispondente alla calamita, cadendo nella linea cubica all'interuallo 21. 21, dimostra, che la mole della calamita alla mole del ferro è come 21 à 13, e perciò reciprocamente la grauità del ferro alla grauità della calamita è come 21 à 13.

La dimostratione è chiara: perche gl'interualli CC, & FF sono nella proportione di AC ad AF, per quello che s'è detto nel Capo 1; dunque essendo queste, per la construttione dello Stromento nella proportione subtriplicata delle grandezze, anche gl'interualli CC, FF sono nella stessa proportione subtriplicata; dunque queste portate come interualli della linea cubica, sono nella stessa proportione, in cui sono

i lati

i lati cubici segnati nella stessa linea cubica: dunque i solidi de-gl'interualli CC, FF sono nella proportione de'cubi de' lati cubici corrispondenti; e così i numeri esprimenti la proportione de'cubi, esprimono anche quella delle grandezze de' solidi metallici, e per conseguenza reciprocamente presi anche la proportione delle grauità specifiche.

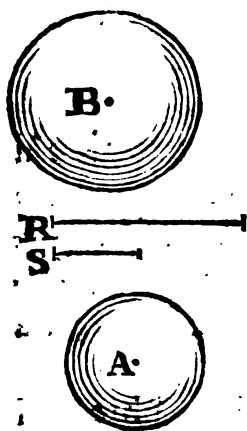
Quindi è, che saputosi il peso d'vna palla di ferro, che porta vn cannone, si potrà facilmente sapere, quante libre porti di palla di pietra; poiche trouata la proportione delle grauità specifiche, come 3 à 1, se la palla di ferro è di libre 60, quella di pietra vguale è libre 20.

E quì si può auuertire la diuersa forma, con cui si può in dissegno esprimere la proportione delle grauità di due corpi; perche se si vuol' esprimere con sfere, ò con cubi, basterà prendere gl'interualli della linea metallica, e sopra quelli, come sopra diametri, ò semidiametri descriuere le sfere, ò come sopra lati descriuer i cubi, ò altri solidi simili, poiche reciprocamente presi esprimeranno la proportione delle grauità specifiche. Così per esprimere la proportione dell'oro al ferro, nella linea metallica all'interuallo dell'oro prendo qualunque semidiametro, e descriuo la sfera A; e ritenuta la stessa apertura dello Stromento, prendo l'interuallo del ferro, e questo mi serue di semidiametro per la sfera B, & in tal maniera la proportione della grauità dell'oro alla grauità del ferro, è quella della sfera B alla sfera A. Mà se si vorrà con linee esprimere la stessa proportione, non basterà descriuere due linee, che

B.

R

S

A.

siano gl'interualli dell'oro, e del ferro nella linea metallica; mà ò conuiene continuar la proportione di dette linee sin alla quarta proportionale, e come la proportione della prima alla quarta è la proportione della grandezza de' pesi vguali di oro, e di ferro, così la proportione della quarta alla prima è la proportione della grauità specifica dell'oro alla grauità del ferro; ò traportati questi interualli alla linea cubica, vedendo, che l'interuallo del ferro posto al 50. 50, l'interuallo dell'oro cade nel 21. 21, conuiene nella linea Aritmetica prendere due interualli nella proportione di 50 à 21, e siano le linee R, S, onde l'oro al ferro di mole vguale è in grauità, como R ad S.

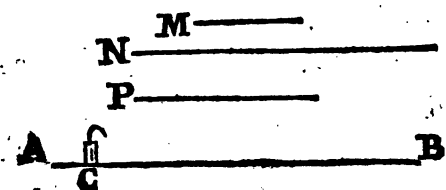
QVESTIONE SECONDA.

Dato vn corpo, la cui grandezza, e grauità siano note, come si possa trouarne vn'altro d'altra materia, che in grauità habbia la proportione data.

PErche in questa questione si suppone nota la grauità, e la grandezza del corpo, poco importa, che detto corpo sia regolare, essendo che si può operare, come se si hauesse vna sfera di peso vguale, mentre non si cerca immediatamente la proportione, ne la similitudine della grandezza, mà de'pesi.

Sia per essempio vn pezzo di marmo di peso 40 libre, e si voglia hauer vna palla, ò vn cubo di piombo vguale di peso al marmo. Conuien dunque trouar, ò il diametro d'vna sfera, ò il lato d'vn cubo di marmo vguale alla grauità del pezzo di marmo dato. Sia per essempio conosciuto il lato d'vn

cubo

cubo di marmo, che pesi due libre, e sia la linea M: questa nella linea cubica s'applichi all'interuallo 2.2, & all'interuallo 40.40, s'haurà la linea N lato d' vn cubo di marmo di libre 40 vguale al pezzo dato. Si porti dunque la linea N nella linea metallica all'interuallo del marmo MM, e nella stessa linea metallica ritenuta l'apertura dello Stromento, l'interuallo del piombo PP, darà la linea P lato d'vn cubo di piombo di libre 40.

M — N — P — A C B

Mà se si cercasse vn cubo di piombo, ch' in vna stadiera equilibrasse vn'altro peso maggiore, è manifesto dalle ragioni statiche, che li pesi deuono hauere la proportione reciproca delle lunghezze de bracci della stadiera, pigliandoli dal punto, da cui ella stà sospesa; e perciò al peso dato conuiene trouar v'altro peso della stessa materia, che sia minore nella proportione de'bracci della stadiera; & hauuto il lato cubico, ò diametro sferico di tal peso minore applicato alla linea metallica, subito si trouerà il lato, ò il diametro del cubo, ò della sfera dell'altra materia, che si cerca. Così sia la stadiera AB sostenuta nel punto C, si che il braccio CB sia noue volte maggiore del braccio CA, e dall'estremità A debba sospenderli vn peso di 450 libre di stagno; dunque essendo BC à CA, come 9 à 1, il peso che in A è 450 libre, vien equilibrato in B da libre 50. Ora facciamo, che sia noto il diametro di vna palla di stagno di lib. 3, s'applichi tal diametro nella linea cubica all'interuallo 3.3, e l'interuallo 50.50, darà il diametro d'vna palla di stagno di lib. 50. Questo diametro trouato si porti nella linea metallica all'interuallo SS

dello ſtagno, poiche l'interuallo PP del piombo darà il diametro d'vna palla di piombo di libre 50, che poſta in B, equilibrerà le libre 450 di ſtagno poſte in A.

Quì però deue intenderſi la ſtadiera equilibrata da ſe medeſima, perche altrimenti nelle ſtadiere communi non riuſcirebbe aggiuſtato il peſo, a cagione che il braccio lungo della ſtadiera hà li ſuoi momenti di grauità.

Auuertaſi in queſte operationi riuſcir aſſai commodo prendere le sfere; perche quando foſſero grandi aſſai, ſi può operare col ſemidiametro più toſto, che col diametro, e s'hà l'apertura del Compaſſo per deſcriuer la sfera; ma ſe ſi prendeſſe la metà del lato cubico, conuerria pigliar il cubo otto volte minore del peſo dato, e ſi trouerebbe il lato d'vn cubo otto volte minore del douere: onde finita l'operatione, ſaria di meſtieri raddoppiar il lato trouato.

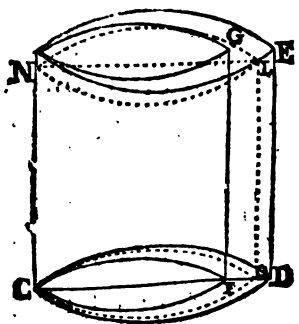
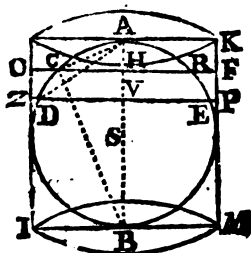
In oltre ſi deue auuertire da chi non foſſe tanto prattico della Geometria, che quando ſi tratta ſolamente d'eſprimere la proportione, tanto è trouar li diametri delle sfere, quanto i lati de'cubi; perche le sfere eſſendo tra di ſe nella triplicata proportione de'loro diametri, hanno la proportione de'cubi degli ſteſſi diametri; Mà ſe ſi trattaſſe d'eſprimere le grandezze, non è l'iſteſſo prender le sfere, & i cubi, come è manifeſto; poiche la sfera circoſcritta dal cilindro è à queſto come 2 a 3, & il cilindro circoſcritto dal cubo è nella proportione del circolo al quadrato del diametro, cioè come 11 a 14: onde ne viene, che queſti tre corpi sfera, cilindro, e cubo, à quali ſerue l'iſteſſa linea di diametro alli rotondi, e di lato al cubo, ſono nella proportione di 22. 33. 42, e così il cubo alla sfera è come 21 à 11; dal che appariſce quanto enorme sbaglio ſaria chi in ciò operaſſe ſenza la douuta rifleſſione.

Dal

Dal che così di passaggio possiamo raccogliere, come si possa trasformar vn cubo in vna sfera, & al contrario. Perche se sarà dato il lato d'vn cubo, è manifesto, che di quali parti quel cubo è 21, la sfera che habbia diametro vguale sarà solo 11: pongasi dunque quel lato del cubo dato nella linea cubica, come se fosse diametro d'vna sfera all'interuallo 11. 11, e preso l'interuallo 21.21, questo sarà il diametro della sfera, la quale essendo alla sfera del primo diametro, come 21 à 11, vien ad esser vgual al cubo dato, per la 7 del lib. 5. E se la sfera s'haurà à cangiar in cubo, pongasi il diametro di detta sfera come lato d'vn cubo all'interuallo 21. 21, e preso l'interuallo 11. 11, sarà lato d'vn cubo, che sarà al cubo del primo lato, come 11 à 21, e perciò vguale alla sfera del primo diametro preso, come lato di cubo.

Fatta poi questa trasformatione di sfera in cubo vguale della stessa materia, sarà facile, per quel che s'è detto con la linea metallica trouar la sfera, ò'l cubo vguale di peso, che sia d'altra materia.

L'istessa forma d'operare si terrà nella trasformatione di sfera, ò cubo in cilindro, hauendo risguardo alla proportione delle loro grandezze; e seruendosi della linea Cubica, Geometrica, e poi della linea Metallica per la diuersità della materia in ordine al peso. Così essendo data la sfera S d'argento, e si voglia vn cilindro d'oro vguale di peso, il cilindro quadrato CE, che hà per base il circolo massimo della sfera, e per altezza il diametro della stessa sfera, è sesquialtero alla sfera: dunque trouandosi con la linea Geometrica il diametro d'vn circolo subsesquialtero, e sia CF, il cilindro CG d'altezza vguale al diametro della sfera sarà vguale alla stessa sfera, poiche anch'egli è subsesquialtero del cilindro CE, ha-

uendo

uendo la proportione delle basi, per la 11 del lib. 12. Dunque il cilindro CG d'argento è vguale alla sfera S d'argento. Or volendosi vn cilindro quadrato, che sia vguale al cilindo CG, e per conseguenza alla sfera data S, tra il diametro della base CF, e l'altezza FG si troui la seconda delle quattro continuatamente proportionali, per la Quest. 1. del Cap. 4. col mezzo della linea cubica, e sia CO, diametro della base del cilindro, à cui essendo vguale l'altezza OL, sarà il cilindro CL quadrato vguale al cilindro CG, cioè alla sfera; essendo che le basi, e l'altezze di questi due cilindri sono reciproche, come s'è dimostrato nella Quest. 6. del Cap. 4. perche per la costruttione il circolo del diametro CF al circolo del diametro CO è come la prima alla terza proportionale, tra le quali la linea CO è la seconda. Or essendo come la prima alla terza, così la seconda alla quarta, cioè CO, ouero OL vguale altezza, all'altezza FG, si rende manifesto, che si reciprocano le basi, e l'altezze. Traportato dunque CO nella linea metallica all'interuallo AA dell'argento, prendasi l'interuallo OO dell'oro, e sia la linea IM diametro della base, & MK altezza vguale: onde il cilindro d'oro IK essendo simile al cilindro CL d'argento, & essendo per la costruttione dello stromento nella proportione

reci-

reciproca delle grauità specifiche, faranno detti due cilindri equiponderanti, e perciò il cilindro d'oro IK sarà di peso vguale alla sfera S d'argento.

QVESTIONE TERZA.

Come si possa trouare la grandezza di qualsiuoglia peso, conoscendone vn'altro d'altra materia.

DAlle cose dette fin'ora è manifesto; che sapendosi la grandezza d'vn peso in materia determinata di quelle, che sono nella linea metallica subito si troua la grandezza del corpo d'vgual peso in figura simile, e di materia diuersa. Poscia con la linea cubica si troua la grandezza del peso, che si cerca. Per cagione d'essempio si cerca di far' vn vaso di capacità cubica in modo, che capisca libre 3200 d'argento viuo: è noto il diametro d'vna palla di ferro di 3 libre. Perche si cerca il lato cubico del vaso, si riduca la grandezza della palla ad vn cubo vguale, trouando il lato del cubo di ferro di 3 libre, come s'è detto nella Quest. precedente: e questo lato cubico nella linea metallica s'applichi all'interuallo del ferro FF, perche l'interuallo del mercurio MM darà il lato di vn cubo d'argento viuo di 3 libre. Questo lato trouato s'applichi nella linea cubica all'interuallo 3. 3, e l'interuallo 50. 50, darà il lato d'vn cubo di 50 libre d'argento viuo. Dunque questo lato quadruplicato darà il lato d'vn cubo 64 volte maggiore del cubo di libre 50, cioè del cubo di lib. 3200 d'argento viuo, come si cercaua.

Quando il numero, che denomina il peso è grande assai, per trouar presto vn lato, che con replicarlo alcune volte dia

il

il lato, che si cerca, prendasi vn numero cubo, che lo misuri per vn'altro num. minore del 50 (posto che la linea cubica dello stromento non ecceda li 50) ò di qualsiuoglia altro, che sia il massimo de' numeri notati nella linea cubica. Così per trouar'il diametro d'vna sfera di marmo, che pesi libre 4000, se prendessi il cubo di 4, cioè 64, verrebbe il quotiente 62½ maggiore del 50, che è il massimo delli notati nella linea cubica; perciò preso il cubo di 5, cioè 125, e per 125 diuiso il 4000, viene il quotiente 32. Et in tal maniera operando, come prima, cioè trouato il diametro della sfera di marmo di lib. 3 vguale alla sfera di ferro conosciuta, & applicato nella linea cubica tal diametro all'interuallo 3. 3, prendasi l'interuallo 32. 32; e perche il 4000 fù diuiso per il cubo di 5. per questo quell'interuallo 32. 32 deue replicarsi cinque volte, e quello sarà il diametro d'vna palla di marmo di 4000 libre.

CAPO VI.

In qual maniera s'habbiano à notare nello Stromento li Gradi del Circolo: & vso di tal linea.

PEr la necessità, che s'hà molte volte di dissegnar' alcune piante di campi, e cose simili, ò per l'vso della Gnomonica, conuien fare angoli di misure determinate in gradi, i quali sono quelle 360 parti, in cui s'intende diuisa la circonferenza di ciascun circolo, come è noto. A questo fine molti hanno descritta vna quarta parte di cerchio diuisa ne' suoi gradi, e dalla circonferenza vltima tirate per ciascun grado linee rette al centro, vengono à diuidere similmente altri

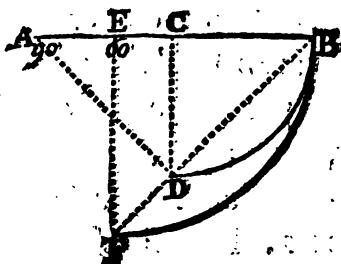
archi

archi più piccoli descritti dal medesimo centro, per potersi seruire ora di questo, ora di quell' arco di maggior, ò minor distanza dal centro, conforme al bisogno occorrente. Mà di quanta imperfettione ciò sia, è manifesto, per la confusione, che saria, se fossero molti gli archi descritti l'vno vicino all'altro, e per la difficoltà, che tutte le linee siano giustissimamente tirate; oltre che coll'auuicinarsi tra di loro, quanto più s'accostano al centro, vengon' à far confusione, e spesso non saluano l'vguaglianza della diuisione. Perciò si sfuggono tutti questi inconuenienti nello Stromento di Proportione, il quale serue per diuider tutti li circoli possibili, li cui semidiametri puonno capire tra la minima, e la massima dilatatione dello stromento nel luogo, doue s'applica il semidiametro, come si dirà.

Tirandosi dunque nello stromento vna linea retta, è certo, che questa non và diuisa in parti vguali, come vna linea circolare è diuisa in parti vguali, che si chiamano Gradi; poiche in tal linea reta dello stromento si segnanó non gl'archi, mà le corde sottendenti à gl'archi, e con esse s'opera nel modo, che si spiegarà à basso. E che tali corde de gl'archi, che crescono vgualmente in numero di grandi, non crescono anch'esse vgualmente, è manifesto dalla dottrina de' Seni, che quì si suppone. Onde grauemente errarebbe l' Artefice, che vna tal linea tirata nello stromento per vn quadrante di cerchio, volesse diuider' in 90 parti vguali; perche così facendo, questa linea non saria punto differente dalla linea Aritmetica, di cui s'è parlato nel Capo 2. E così essendoci offerto vno Stromento di Proportione, se applicati due compassi à due numeri nella linea Aritmetica, quelle due distanze vengono ad applicarsi à due numeri simili nella linea de'

gradi, ò del quadrante del cerchio, sarà segno euidente non essersi fatta tal linea dall'Artefice secondo le regole debite, e lo stromento è inutile.

Ora douendosi notare nello stromento le corde de gl'archi, si puonno notare, ò quelle di tutto vn semicircolo, ò sol quelle d'vn quadrante; e torna più à conto notar sol queste del quadrante, perche in tal modo riescono le diuisioni della linea più distinte, e notabili, e per altro queste bastano per qualsiuoglia arco anche maggiore. Se pur non fosse così lungo lo stromento, che riuscisse commodo il notarui tutto vn semicircolo. Perciò qui parleremo solo della diuisione per il quadrante, perche da ciò sarà manifesto, quanto s'habbia à fare volendosi fare per il semicircolo.

Per tanto voltato lo stromento dall'altra faccia opposta alla segnata già per linee rette senza relatione al circolo, si tirino dal centro nell'vno, e nell'altro braccio due linee rette vguali, ciascuna delle quali si suppone esser corda dell'arco di 90 gradi. Conuien dunque trouare, qual sia il semidiametro d'vn circolo, la di cui quarta parte habbia per corda la linea data. Il che si fà in tal maniera. Supponga si, che la linea retta tirata nello stromento sia la AB corda dell'arco di gradi 90, e cerchisi il semidiametro, cioè la corda di gr. 60. Diuidasi vgualmente la AB in C, e si alzi la perpendicolare CD vguale alla CB, e per il punto D si tiri la retta BD, à cui prendasi vguale BE, & il punto E è il termine della corda di gr. 60 nel cerchio, di cui la AB è corda di gr. 90. Perche se si tira la retta DA, li due triangoli

A 90 E 60 C B D

ACD,

ACD, BCD hanno per la costruttione vguali i lati CA, CB, e la CD è commune, e gl'angoli al punto C sono fatti vguali dalla perpendicolare CD, dunque, per la 4 del lib. 1, le basi DB, DA sono vguali, e gl'angoli vguali. E perche per la costruttione ambidue sono isosceli, essendo le tre line AC, CD, CB vguali, gl'angoli CDB, CDA sono semiretti, per la 5, e 32 del lib. 1. e così tutto l'angolo ADB è retto: Onde essendo simili li triangoli BCD, BDA, come CB semidiametro à BD corda di gr. 90. così anche BD semidiametro, cioè BE, à BA corda di gradi 90. E per prouare se habbi operato giustamente, prolonghisi la BD in F, tanto che BF sia vguale alla BA, e fatto centro in E all'interuallo EB, si descriua l'arco BF, e se passerà precisamente per il punto F, sarà segno, che s'operò giustamente: Perche dal centro C descritto il quadrante BD, sono due circoli, che si toccano interiormente nel punto B, e così la retta BDF tagliando dell'vno, e dell'altro archi simili (come si può facilmente raccogliere dalla 20, ò anche dalla 32 del lib. 3.) fà che tanto l'arco BF, quanto l'arco BD siano di gr. 90. Similmente si prouerà con alzare dal punto E vna perpendicolare, e perciò parallela alla CD, la quale cadendo nel punto F, farà indicio, che s'oprò giustamente. Perche essendo simili li triangoli BCD, BEF, come BD à BC, così BF, cioè BA à BE, per la 4 del lib. 6. Nè sono inutili queste proue, perche conuien'operare con essattezza nel formare lo stromento.

Sia dunque sopra vna lastra piana di rame, ò altra materia piana consistente, la linea RS longhezza della linea, che può tirarsi nel lato dello stromento, e conforme al modo detto sia RC la corda di gr. 60. Perciò all'interuallo CR fatto centro in C, si descriua vn'arco, & applicata l'apertura del Compas-

so dal punto R, si taglia l'arco nel punto 60. Quest'arco R 60 diuiso per metà, per la 30 del lib. 3. darà il punto 30; onde la distanza di R 30 replicata dal punto 60, darà 60. 90, e così R 90 sarà il quadrante del cerchio, e si sarà operato giustamente, se l'apertura R 90 comprenderà precisamente la linea RS. Così le solite subdiuisioni daranno tutti li 90 gradi del quadrante, quali conuien notare con grandissima esatezza, quanto sarà possibile; poiche diuiso R 30 per metà, darà R 15; e diuiso R 30 in tre parti vguali, darà R 10; le quali parti R 10, & R 15 replicate, daranno la diuisione di tutte le decine per metà. Sì che sol resta diuidere R 5 in cinque gradi vguali: il che forsi non riuscirebbe così aggiustato, se si tentasse immediatamente replicando cinque volte la piccola apertura del Compasso; perciò prendo vn' interuallo maggiore, e lo diuido con ogni diligenza in cinque parti vguali, e sia R 45, poiche la sua quinta parte RI contiene 9 gradi; e così quest'apertura replicata, caderà in O, E, V, cioè ne' gradi 18, 27, 36, e così di mano in mano. Applicata poi questa stessa apertura alli punti già notati, e replicata conuenientemente, verranno ad esser segnati tutti li gradi.

Che se più tosto volessimo prendere vn'interuallo minore, e replicarlo più spesso (il che forsi non riuscirà tanto accurato, poiche quanto più si replica il Compasso, la punta tanto più spatio rubba) si può diuidere R 30 in cinque parti vguali, ciascuna delle quali contiene 6 gradi, e replicato quell'interuallo conuenientemente al modo detto, cominciando or da vno, or da vn'altro de' punti già segnati, verranno ad esser notati tutti li gradi.

Fatta questa diuisione del quadrante ne' suoi gradi, si prendano dal punto R gl'interualli à ciascun grado, e si notino

nella

quella linea R S, e queste sono le corde di ciascuno di quegl'ar

i
à
li
le
di
n-
g-
, e
sì
a,
f-
n-
e,
a-
to
a-
n-
or
fer
n-
no

nella linea RS, e queste sono le corde di ciascuno di quegl'archi, che deuono notarsi nello stromento: e perciò tali diuisioni deuono trasferirsi nelle linee AC, AQ dello stromento. Se bene io consegliarei più tosto prendere nell'arco R 90 immediatamente le corde di ciascun'arco, e trasportarle sù lo stromento; poiche così pare l'operatione sia per riuscire più esatta.

Da questa costruttione, e dalle ragioni di sopra più volte addotte, si rende manifesto, che essendo li lati AC, AQ diuisi nella proportione di tutte le corde de gl'archi del quadrante, il cui semidiametro è A 60, data qualsiuoglia apertura dello stromento, l'interuallo 60. 60 sarà la quantità del semidiametro del circolo, e tutti gl'altri interualli daranno le corde de gl'archi corrispondenti di detto circolo.

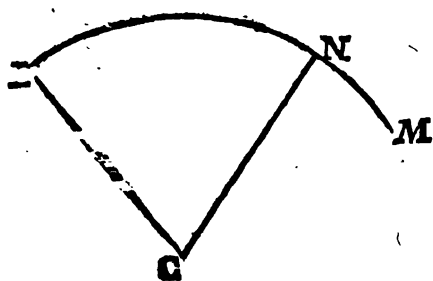
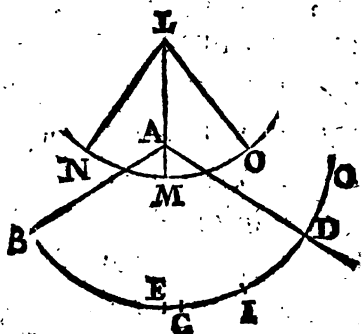
QVESTIONE PRIMA.

Come si possa descriuer' vn'angolo di quantità determinata.

Già si sà, che la quantità de gl'angoli si denomina dalla moltitudine de'gradi del circolo, che habbia il centro nel punto, doue s'vniscono le due linee, che fanno l'angolo; e la quantità de'gradi della circonferenza compresa tra dette due linee denomina l'angolo di tanti, ò tanti gradi. Onde ne viene, che douendosi descriuer'vn'angolo, dall'estremo d'vna linea data, come da centro à qualunque interuallo, si descriue occultamente vn'arco minore della semicirconferenza, più, ò meno, secondo che l'angolo deu'esser maggior, ò minore; poiche dal punto, doue la data linea taglia la detta circonferenza, prendendosi l'arco della determinata quantità,

si tro-

si trouerà il punto, per il quale dal centro tirata vna linea, farà l'angolo cercato.

Debbasi per cagione d'essempio descriuere l'Angolo del centro d'vna Fortezza regolare di cinque baloardi; il qual'è di gr. 72. Sia la linea CL, che partendo dal centro della fortezza, sia insieme semidiametro del circolo, in cui si descriue il Poligono interiore. Dal punto C, come centro all'interuallo CL si descriua l'arco LM. Poscia nello Stromento s'applichi la linea CL all'interuallo de' gradi 60. 60: & in quella apertura dello Stromento prendasi l'interuallo 72.72; e questo applicato all'arco descritto, farà LN. Dunque dal punto C al punto N tirata la CN, farà LCN l'angolo del centro d'vn Pentagono regolare, cioè di gradi 72.

Mà se si volesse descriuere l'angolo del medesimo Pentagono senza sapersi il centro della figura, per descriuerui vn Baloardo, basterà leuare l'angolo del centro, che è gr. 72 da due Retti, cioè da 180, e restano gr. 108. Sia dunque la linea BA, & il punto A, doue deu'esser l'angolo, sia centro dell'arco BO (preso l'interuallo AB, ò tutto, come in questa figura, ò sol parte d'vna linea maggiore, se AB fosse assai più lunga) da cui si deuono prendere gr. 108. Nello Stromento s'applica AB all'interuallo de' gr. 60.

60. 60; e perche non vi son notati se non i gradi del quadrante, e questo angolo è assai maggiore, perciò con la stessa apertura del Compasso prendo primieramente BC, che è gradi 60; e perche il residuo sin alli 108, sono gradi 48, prendo l'interuallo 48. 48, e lo trasferisco in CD; onde vien ad essere l'arco BD gr. 108 e tirata la linea AD darà l'angolo del pentagono BAD.

Ora se sopra l'angolo BAD del pentagono volessimo descriuere il baloardo col suo angolo proportionato, primieramente si diuide l'angolo BAD per metà, onde essendo BD gr. 108, prendasi nello Stromento l'interuallo 54. 54, e sarà BE: e così applicata la riga alli punti AE, si tiri la Capitale LA, che prolongata taglia per mezzo l'angolo del Poligono, e giungerebbe sin al centro. Suppongasi che in L debba esser la punta del Baloardo. E perche alla forma assai commune, e pratticata si fà l'angolo del Baloardo, che sia due terzi dell'angolo del Poligono, essendo questo gr. 108, quello sarà gr. 72, & il semiangolo del Baloardo gr. 36. Fatto dunque centro in L à qualunque interuallo, per essempio LM, si descriua vn arco di quà, e di là; & applicata nello Stromento la linea LM all'interuallo 60. 60, prendasi l'interuallo 36. 36, & applicato nell'arco descritto, dal punto M si prenda vguale MN, & MO: e tirate le linee LN, LO, sarà l'angolo del Baloardo NLO di gr. 72, come si richiedeua.

Che se occorresse descriuer vn'angolo, che oltre li gradi hauesse anco li minuti, conuien auuertire, se la figura da descriuersi è grande, ò pur piccola; perche nelle piccole vna tal differenza di minuti non è notabile: onde se li minuti sono assai meno di 30, si puonno lasciare, se passano notabilmente li 30, si puonno prendere per vn grado di più; così in

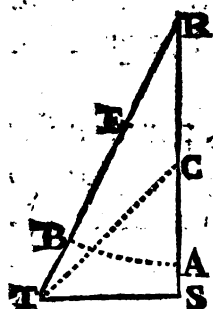
vece

vece di gr. 10. m. 12. basta prendere nello Stromento l'interuallo 10. 10: & in vece di gr. 10. m. 49. si può prendere nello Stromento l'interuallo 11. 11. Che se li minuti aggionti alli gradi s'auuicinano più, ò meno alli 30, si puonno pigliare nello Stromento li due numeri vicini, cioè il minore in vn braccio, & il maggiore nell'altro braccio dello Stromento; così per gr. 10. m. 28, ouero per gr. 10. m. 36. si può prendere nello Stromento l'interuallo 10. 11, & sarà prossimamente ciò che si desidera. Ma se la figura fosse notabilmente grande, in tal caso conuerrà descriuer vn arco con vna grand' apertura di Compasso, siche il semidiametro sia grande da applicarsi all'interuallo 60. 60, dipoi si prenda nell'arco descritto il numero de' gradi intieri, e poi il numero d'vn grado di più, e quella differenza à occhio si può diuidere secondo il numero de' minuti aggionti; così per l'angolo di gr. 10. m. 12, prendo prima l'interuallo 10. 10, e poi l'interuallo 11. 11, e segnati nell'arco descritto, piglio à occhio la quinta parte della differenza tra questi due segni, che corrisponde alli minuti 12; e tirata la linea darà l'angolo desiderato.

QVESTIONE SECONDA.

Come si conosca la grandezza, e quantità d'vn'angolo dato.

DA ciò, che s'è detto nella precedente Questione è cosa facilissima, se sarà dato vn'angolo, conoscere determinatamente in gradi, quanta sia la sua grandezza, fatto centro nel punto, oue le due linee si toccano, & à qualunque interuallo descritto vn arco, che tagli amendue quelle linee; perche applicata la larghezza del Compasso, alla cui apertura si de-

si descrisse l'arco alli punti 60. 60, dello Stromento poscia co'l Compasso presa la grandezza dell'arco descritto compreso tra le due linee date, s'applichi allo Stromento, & apparirà di quanti gradi sia l'angolo dato. Così le due linee RS, RT fanno l'angolo SRT, la cui quantità si desidera conoscere. Dal punto R all' interuallo RA descriuo l'arco A B occulto (ouero per più facilità segno le due linee ne' punti A, e B senza descriuere l'arco) e l' apertura del Compasso RA applico all'interuallo 60. 60 nello Stromento. Dipoi prendo col Compasso la distanza AB, & applicata allo Stromento ritenuto nella stessa apertura, trouo, che casca all'interuallo 25 $\frac{1}{3}$. 25 $\frac{1}{3}$, e così dico l'angolo SRT essere di gr. 25. m. 20.

Similmente se sarà tirata la linea TS, e fatto il triangolo, conoscerò, quanto sia l'ang. S, se alla lunghezza ST prenderò vguale SC, & applicata questa lunghezza ST alli punti 60. 60 dello Stromento, prenderò col Compasso la distanza TC, e ritenuta la stessa apertura dello Stromento, trouando, che la distanza TC s'applica giustamente nello Stromento all'interuallo 90. 90, dico che l'angolo S è retto, e perciò l angolo T è il complemento dell'angolo R, e per conseguenza è di gr. 64. m. 40.

Di qui è manifesto il modo di cauare dall'ombra d'vn corpo, la cui altezza è conosciuta, quanta sia l'altezza del Sole sopra l'Orizonte. Sia dunque l'altezza perpendicolare d'vn bastone piedi 6, e misurando la longhezza dell'ombra, trouo che è piedi 2. oncie 10 $\frac{1}{2}$. Si che queste due misure sono oncie 72, & oncie 34 $\frac{1}{2}$. Dunque alargato lo Stromento à mio piacere,

cere, prendo nella linea Aritmetica l'interuallo 72. 72, & in vn piano descriuo à tal' interuallo vguale la linea RS; e poi, preso l'interuallo 34½. 34½, gli descriuo vguale la linea ST, che cade perpendicolarmente in S. Quindi tirata la linea RT, mostrarà il raggio del sole, come RS rappresenta l'altezza del bastone, & ST la longhezza dell' ombra. Cerco dunque nel modo detto di sopra la quantità dell' angolo T, e questa è l'altezza del Sole sopra l'Orizonte.

Di questo modo potranno seruirsi i Pittori, per non far l'ombre de' corpi, ò troppo corte, ò troppo lunghe, quando la cosa dipinta rappresenta vn fatto operato in ora determinata del giorno in vn luogo determinato; perche per essempio se si dourà dipinger il Miracolo di S. Pietro, quando risanò lo storpiato alla Porta speciosa del Tempio di Gierusalemme, bisogna auuertire di non far l'ombre delle fabriche in modo, che non corrispondano con le altezze, all'hora nona, cioè tre ore doppo mezzo dì (parlando dell' ore disuguali) circa il fine di Maggio in Gierusalemme. Che se bene non è necessaria in ciò vna certa precisione Mattematica per l'vso de' Pittori, ad ogni modo si può errare assai in ciò, e mostrare d'hauer fatto l'ombre, & il sito del Sole à caso.

Mà se l'angolo dato fosse così grande, che descritto l'arco, non si potesse nello Stromento trouare la sua quantità, si potrà prender in due volte: Come nella figura della questione precedente l'angolo BAD è tale, che aperto lo Stromento all'interuallo AB applicato alli punti 60. 60, la distanza BD non capisce nello Stromento, perciò preso ad arbitrio vn'interuallo, per essempio 80. 80, & applicato all' arco descritto BD, saranno BI gr. 80; il resto dell'arco ID applico allo Stromento, e cade nell'interuallo 28. 28; onde alli gradi

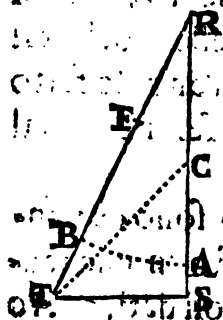
80.

90. aggionti gradi 18, tutto l'arco BD, e per consequenza la quantità dell'angolo dato BAD, è gr. 108.

QVESTIONE TERZA.

come con lo Stromento si possa praticare tutta la Trigonometria senza Tauole.

SE Bene di questo si parlò qualche cosa nel cap. 2. Quest. 6, ad ogni modo sarà meglio più vniuersalmente spiegare quì l'vso dello Stromento nella solutione prattica de' triangoli, e seruirà per quelli che non si curano di tanta precisione, quanta oprando co' numeri si troua coforme alle regole della Trigonometria.

E quì suppongo ciò che è noto, che delle sei parti, cioè di tre lati, e tre angoli, che sono in vn triangolo, conuien saperne tre, per conoscere l'altre tre. Se sono dati tutti tre gl'angoli, non si può conoscere, quanta sia la longhezza de' lati, ma solo la proportione, che li lati hanno tra di loro, essendo che li triangoli equiangoli, e simili tra di loro, hanno ben sì i lati proportionali, ma non vguali. Onde se saranno dati tre angoli d'vn triangolo, facciasi qualunque triangolo con detti tre angoli, e nella linea Aritmet. applicato vno de' lati all'interuallo, che più piacerà, si trouerãno gl'altri, e farà manifesta la lor proportione. Siano li tre angoli dati gr. 25. m. 20, gr. 19. m. 40, gradi 135. Sopra la linea RT, faccio vn angolo TRO gr. 25. m. 20, e l'angolo RTO di gradi 19. m. 40; e così nesce il terzo angolo TCR

 gradi

gradi 135. Ora applico la linea RT nella linea Aritmetica all'interuallo 80.80, e ritenuta quell'apertura dello Stromento, veggo che il lato RC cade all'interuallo 38. 38, & il lato CT cade all'interuallo 48. 48, dal che cauo la proportione de' tre lati essere 160, 76, 96.

Mà se saranno dati li tre lati d'vn triangolo, si troueranno li tre angoli, prendendo nella linea Aritmetica tre interualli nella proportione de' lati dati; e formatone vn triangolo, si cerchi la quantità di due angoli nel modo detto nella Questione precedente, perche il terzo angolo sarà noto, essendo il complemento sin a' gradi 180. Così date le distanze di tre luoghi di passi 160. 76. 96, prendo nella linea Aritmetica gl'interualli della metà di detti num. cioè 80. 38. 48, e formato il triangolo TCR, cerco come sopra s'è detto gl'angoli R, & T, e così si fà noto anche il terzo angolo.

Mà se non fossero date le misure delli trè lati, e solamente fosse proposto vn triangolo, di cui si desidera sapere gli angoli: circa il Triangolo si descriua il circolo per la 5. del lib. 4. (cioè si troui il centro, e da quel punto sin all'estremità d'vno de gli angoli si prenda la distanza, che è il Raggio del circolo) & il semidiametro di tal circolo portato tra li punti 60. 60, veggasi à qual interuallo capisca ciascuno de' lati dati; poiche il numero corrispondente nello Stromento, darà il doppio dell'angolo opposto al lato applicato: essendoche tal lato è Corda dell' arco notato, & è sottensa all'angolo fatto nel centro, che è doppio dell'angolo alla circonferenza, qual è l'angolo cercato opposto al lato dato.

Quando li dati sono misti d'angoli, e lati, ò sono due angoli, & vn lato, ò due lati, & vn angolo: e questo in due maniere, poiche è il lato adiacente alli due angoli dati, ouero

oppo-

oppoſto ad vn di loro; e ſimilmente ò è l'angolo compreſo dalli due lati dati, ouero oppoſto ad vno di detti lati.

Sia dato vn lato, e gl'angoli adiacenti; ſia AB parte della riua d'vn fiume, conoſciuta in miſura di piedi 90; e ſi deſideri ſapere la diſtanza AC, che trauerſa il fiume. Sia oſſeruato in A l'angolo CAB, di gradi 78, & in B l'angolo ABC di gradi 35; deſcriuo nell'eſtremità della linea AB li due angoli conforme alle ſopradette miſure oſſeruate, cioè ABC gr. 35, e BAC gr. 78; onde le linee BC, AC ſi rincontrano in C. Applicata dunque la linea AB sù la linea Aritmetica alli punti 90.90, trouo, che AC cade nell'interuallo 56.56, dal che cóchiudo, che la diſtanza dal punto A al punto C, che trauerſa il fiume è di piedi 56. e così la diſtanza BC è di piedi 95 ½.

Mà ſe foſſe dato il lato AB con l'angolo B adiacente, e l'angolo C oppoſto, ſarà anche noto il terzo angolo A, che è complemento alli due retti; e così ſi deſcriuerà la figura, come ſe foſſe dato il lato con li due angoli B, & A adiacenti, e s'operarà, come poco fà ſi diceua.

Ora ſian dati due lati con l'angolo compreſo: deſcriuaſi l'angolo dato, come s'è detto nella prima Queſtione, e ſi prenda la lunghezza de' lati proportionata à i lati dati; poi le eſtremità de'lati ſi congiungano, e s'haurà il triangolo, in cui ſi conoſceranno l'altre parti, come ſopra. Sia nella figura antecedente, dato l'angolo compreſo dalli lati dati di gr. 25.

20. &

20. & il lato RT sia passi 92, & RS passi 83; & appunto con tal proportione siano le linee RT, RS: tiro la linea TS; & applicata RT nella linea Aritmetica all'interuallo 92. 92; trouo che TS cadendo nell'interuallo 40. 40, mostra che la distanza di S da T è di passi 40. Così cercando nel modo spiegato nella 2. Questione, si trouerà l'angolo S retto, e l'altro resta noto, per esser il complemento delli due conosciuti sin'à gradi 180.

Siano finalmente dati due lati, & vn angolo opposto ad vno di loro. In questo caso conuien osseruare se l'angolo dato è opposto al lato maggiore, ò pur al minore de' dati; perche se è opposto al lato maggiore, non v'è bisogno d'altra precognitione; mà se fosse opposto al lato minore, allhora può darsi caso, in cui sia necessario sapere la specie dell'angolo opposto al lato maggiore, cioè se sia ottuso, ò pur acuto. Il che si vedrà chiaramente dalla prattica, che quì soggiongerò. Sia dato vn'angolo di gr. 67. opposto ad vn lato di piedi 90, & adiacente ad vn lato di piedi 56. Tiro la linea CA di piedi 56, e faccio l'angolo C di gr. 67. tirando la CB indefinita. Poi nella linea Aritmetica posto il lato CA all'interuallo 56. 56, prendo l'interuallo 90. 90, e dal punto A, come da centro descriuo con quell'apertura di Compasso vn'arco, che taglia l'indefinita CB nel punto B: e così tirata la retta AB, sarà l'altro lato de' dati opposto all'angolo dato: onde sarà constituito tutto il triangolo ABC, e nel modo detto si conosceranno l'altre parti incognite. Ora perche la linea AB è maggiore, che AC, è manifesto che l'arco occulto descritto non taglia l'indefinita CB, se non nel punto B da questa parte opposta all'angolo dato: e così il lato dato non può hauer altra positura che AB.

Mà

Mà se dato l'istesso angolo C gr. 67. il lato adiacente fosse 70 piedi, cioè CD, & il lato opposto fosse piedi 65, applicata CD nella linea Aritmetica all'interuallo 70. 70, e presa la distanza 65. 65, descritto dal centro D vn'arco, che tocchi l'indefinita CB nel punto E, tirata la linea DE, è manifesto, che l'angolo DEC è retto, ne altra può essere la positione del lato opposto di piedi 65.

Che se finalmente dati gl'istessi lati di piedi 90, e piedi 56, sia dato l'angolo B di gr. 35. opposto al lato minore, presa AC di tali parti 56, delle quali AB è 90, e dal punto A descritto vn'arco, si vede, che taglia l'indefinita BC in due punti C, & I, e così non sappiamo se dobbiamo più tosto seruirci della AC, ò pure della AI, se non si sà, se l'angolo opposto al lato maggiore dato AB, sia acuto, come ACB, ò pur ottuso, come AIB.

QVESTIONE QVARTA.

Trouar in numeri la proportione di due rette con l'aiuto delle Tauole de' Seni.

Con tutto, che nell'vso della linea Aritmetica dello Stromento si sia mostrato, come possa trouarsi la proportione di due linee date, ad ogni modo chi desiderasse auuicinarsi anche più alla precisione, & esprimerla con numeri maggiori, potria seruirsi di questa linea de' gradi, doue sono notate le corde de gl'archi del Quadrante: le quali corde, sono il doppio del seno della metà dell'arco: così la metà della corda di gradi 74, è il seno di gradi 37.

Date dunque due linee, la maggiore s'applichi in questa

linea

linea de'gradi all'interuallo 60.60, e s'intenderà diuisa in tante particelle, di quante è il raggio delle Tauole de' Seni, poi la linea minore delle date si vegga à qual interuallo precisamente cade nella stessa linea de' gradi dello Stromento, e prendasi la metà di detti gradi, il cui seno trouato nelle tauole si raddoppia, e si hà il numero corrispondente alle particelle contenute nella linea minore data: Come se delle due linee RT, RS, nella figura dell' antecedente questione 3. pag. 171. io cerco la proportione, applico la maggiore RT nella linea de'gradi all'interuallo 60. 60; poi veggendo, che la minore RS cade nell'interuallo di gr. 53 ½, cerco nelle tauole il seno di gr. 26. m. 45. (che è la metà di detti gr. 53 ½) e raddoppiato il numero di questo seno trouato, haurò il numero delle particelle corrispondenti alla linea RS, dando alla RT il numero del raggio delle tauole.

Che se le due linee date non fossero con notabil eccesso differenti, potria la minore applicarsi all'interuallo 60. 60, e poi vedere doue capisca la maggiore, e cercare come prima il seno della metà de'gradi, e raddoppiarlo; e queste saranno le particelle della linea maggiore, posta la minore col numero del raggio.

Mà se dato il numero del raggio alla minore, la linea maggiore fosse così grande, che eccedesse l'interuallo 90. 90. (come nella stessa figura applicata TS all'interuallo 60. 60, e cercandosi il numero delle particelle di TR) prendasi l'interuallo 90. 90; e leuisi dalla linea maggiore, quante volte si può, e quante volte s'è preso, tante volte si pigli il doppio del seno di gr. 45, e sia TE vna volta il doppio del seno di gradi 45. Dipoi il restante della linea, cioè ER s'applichi nello Stromento alla linea de' gradi, e cadendo nell'interuallo 54.

54, prendasi il seno di gr. 27, e si raddoppij, e questo s'aggiunga al doppio del seno di gr. 45 già preso, e così s'haurà il numero delle particelle della linea TR corrispondenti alle parti del raggio assegnate alla linea minore TS.

QVESTIONE QVINTA.

Trouar in piccoli numeri i seni de' gradi del quadrante.

ALcuna volta conuien operare senza hauer le tauole de' Seni, e pur si vuole risoluer il triangolo non così mecanicamente, come s'è detto nella Quest. 3. di questo Capo; & in tal caso potiamo seruirci dello Stromento per trouar i Seni de gl'angoli. E perche nello Stromento sono segnate le corde de gl'archi, già si vede, che volendo il seno d'vn'agolo, conuien prendere la corda d'vn'arco doppio; così per trouar il seno dell'angolo di gr. 37, si deue prendere la corda dell'arco di gr. 74.

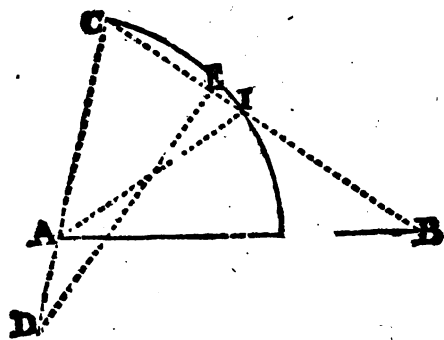
Primieramente dunque allargato ad arbitrio lo Stromento, con vn Compasso prendo l'interuallo 60. 60 nella linea de' gradi, e questo è il raggio. Poi ritenuta la stessa apertura dello Stromento, con vn'altro Compasso prendo l'interuallo dell'arco doppio dell'angolo, il cui seno si desidera, e volendosi il seno di gr. 37, prendo l'interuallo 74. 74. Fatto questo, ritenuta l'apertura de' due Compassi, applico nella linea Aritmetica l'apertura del Compasso, che dà il raggio alli punti 50. 50 (intendendosi ciascuno diuiso in due, onde è come se il raggio fosse 100) e l'altro Compasso con la sua apertura applico nella stessa linea Aritmetica, e cade nelli punti 60. 60; il che mostra, che la corda di gr. 74 è di parti 120 di quel-

le, delle quali il raggio è 100; e per conseguenza il seno di gr. 37. è particelle 60. L'istessa forma si tiene per trouare qualsiuoglia altro seno.

Quì però conuien'osseruare, che essendo nello Stromento fatta la diuisione delle corde solo per il quadrante, non si potrà trouar' il seno, se non di gr. 45. nel modo detto; doue che se nello Stromento fossero le corde per tutto il semicircolo, come si può fare nelli Stromenti, che sono assai lunghi, con questo metodo si trouerebbono li seni di tutti i gradi del quadrante. Ma non hauendosi se non le corde del quadrante nello Stromento, in occasione, che il doppio dell'angolo, il cui seno si cerca, eccedesse li gr. 90, cerchisi il seno del complemento dell'angolo dato, e questo moltiplicato in se stesso, si caui dal 1000, quadrato del raggio; poiche il restante è il quadrato del seno, che si cerca. Per essempio, desidero il seno di gr. 50: quest'arco raddoppiato è gr. 100, i quali non sono nello Stromento. Cerco dunque nel modo detto di sopra il seno del complemento, cioè di gr. 40, prendendo la corda di gr. 80. la quale trouo di particelle 129; onde il seno di gr. 40 è $64\frac{1}{2}$: il cui quadrato 4160, leuato dal 10000 quadrato del raggio 100, lascia 5840, la cui radice quadrata 76 è il seno cercato di gr. 50, le quali cose son manifeste, per la dottrina de' seni, essendo che il quadrato del raggio è vguale alli quadrati de' seni di due angoli, che insieme fanno gr. 90.

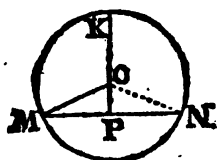
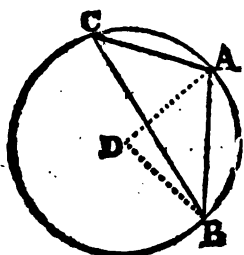
Aggiongasi quì, che molte volte potrà oprarsi con la corda dell'arco doppio così bene, come col seno dell'angolo dato, poiche hanno tra di loro la stessa proportione le parti, & i moltiplici: ne meno sarà necessario prendere il raggio, ma basterà nella linea de' gradi prendere le corde de gl'archi doppij, e poi trasferitele à gl'interualli della linea Aritmetica, si

cono-

conoſcerà la loro proportione, e s'operarà, come ſe s'haueſſero li ſeni de gl'angoli. Sia per eſſempio il triangolo AIB, di cui ſono dati gl'angoli IAB gr. 32, IBA gr. 35, & il lato AI piedi 56: cerchiſi la quantità del lato IB. Ora perche i lati, & i ſeni de gl'angoli oppoſti ſono proportionali, e le corde de gl'archi doppij ſono proportionali alli ſeni delle loro metà, anche i lati del triangolo, e le corde de gl'archi doppij de gl'angoli dati, ſono tra di loro proportionali. Prendo dunque nella linea de' gradi le corde de gl'archi 70, e 64, e traportata nella linea Aritmetica la corda di gr. 70 all'interuallo 100. 100, trouo, che la corda di gr. 64 cade all'interuallo 91 $\frac{1}{2}$, 91 $\frac{1}{2}$. Dunque oprando, come ſe queſti foſſero li ſeni de gl'angoli dati, dico, come 100 à 91 $\frac{1}{2}$, così AI piedi 56 à IB piedi 51 $\frac{1}{4}$.

QVESTIONE SESTA.

Data vna linea corda d'vn arco di determinata quantità, come ſi troui il ſuo circolo.

Sia dato vn triangolo ABC, e ſia il lato AB oppoſto ad ad vn'angolo di gr. 42, e voglia deſcriuerſi vn circolo intorno ad vn tal triangolo. E dunque manifeſto, che la data linea del triangolo inſcritto nel circolo è corda d'vn'arco doppio dell'angolo oppoſto, che è angolo alla circonferenza

za di cui è doppio l'angolo al centro, per la 20, del libro 3. Dunque la data linea AB applico nella linea de' gradi dello Stromento all' interuallo 84. 84, e ritenuta quell' apertura di Stromento, prendo l'interuallo 60. 60; e queſto è il ſemidiametro del circolo, in cui il triangolo dato ſi deſcriue. Per tanto con quell' apertura di Compaſſo dalli punti A, & B deſcriuo due archi occulti, che ſi tagliano in D, onde è il ſemidiametro AD, & è il punto D centro del circolo circoſcritto al dato triangolo.

E così generalmente data vna linea, che ſia corda d'vn' arco, quella s'applichi al numero de' gradi di detto arco; poi ritenuta quell'apertura di Stromento, ſi prenda l'interuallo 60.60, e queſta ſarà la quantità del ſemidiametro del circolo, in cui la data linea è corda dell'arco determinato.

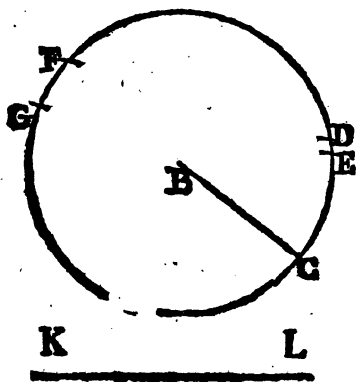
Che ſe la linea data foſſe corda d'vn'arco maggiore del quadrante, allhora queſta ſi diuide per mezzo con vna linea perpendicolare indefinita: poi ad vn'eſtremità di detta linea ſi faccia vn'angolo, che ſia la metà del reſiduo ſin' al ſemicircolo, cioè ſin a gradi 180; poiche doue ſarà tagliata la perpendicolare indefinita, iui ſarà il centro del circolo, che ſi deſidera. Così ſia la linea MN corda di gr. 136, la quale non è nello Stromento, in cui ſolo ſon' i gradi del quadrante. Queſta ſi diuida per mezzo in P, e ſia la perpendicolar indefinita PK. Or il reſiduo da 136 ſin à 180 è 44, la cui metà è gradi 22. Facciaſi dunque nell'eſtremità M l'angolo PMO, come s'è detto nella prima Queſtione, di gr. 22: e la linea MO ſarà il ſemidiametro del Circolo, il cui centro è il punto O, & in

cui

cui la ſinea MN è corda di gr. 136. Il che è manifeſto, perche ſe ſi tira la linea ON, li due triangoli OPM, OPN rettangoli in P hanno il lato OP commune, e li lati PM, PN vguali per la coſtruttione; dunque per la 4. del lib. 1. gl'angoli POM, PON ſono vguali: l'angolo POM è complemento dell'angolo OMP di gr. 22, dunque POM è gr. 68. e per conſeguenza anche PON è gr. 68; onde tutto l'angolo MON, cioè l'arco di cui MN è corda, è di gr. 136.

QVESTIONE SETTIMA.

Come ſi poſſa prendere qualſiuoglia parte determinata del circolo, e deſcriuere qualſiuoglia figura regolare.

SE il circolo è dato, e ſi deſidera vna ſua parte aliquota, diuidaſi il numero de' gradi 360 per il denominatore della parte che ſi deſidera, & il quotiente ſarà il numero de' gradi, la corda de' quali applicata al circolo prenderà la parte cercata. Il che ſi fà applicando prima il ſemidiametro del circolo dato all' interuallo 60. 60 nella linea de' gradi nello Stromento: e poi prendendo l'interuallo corriſpondente al numero de' gradi trouati nel quotiente della diuiſione.

Sia dato il circolo, il cui ſemidiametro BC; e ſi cerchi l'ottaua parte: Diuido 360 per 8, e vien il quotiente 45. Applico dunque nello Stromento nella linea de' gradi all'interuallo 60. 60 la linea BC;

BC; e ritenuta quell'apertura, prendo l'interuallo 45.45, e questo applicato al circolo dato in CD, questa è l'ottaua parte di detto circolo; e così replicata diuiderà il circolo in otto parti vguali; e le linee tirate alli punti di dette diuisioni descriueranno vn'ottangolo regolare. Così per descriuere vna figura di noue lati vguali, diuido 360 per 9, & il quotiente 40 mostra, che deuo prendere la corda di gr. 40. & oprare come sopra, e sarà CE la nona parte del circolo.

Mà se la parte del circolo cercata non fosse aliquota, facciasi come il denominatore al numeratore della parte cercata, così gr. 360. ad vn'altro numero, e verrà il numero de' gradi competenti alla parte, che si desidera. Così desiderandosi hauere d'vn circolo vn'arco, che sia $\frac{5}{9}$, facciasi come 9 à 5, così 360 à 200. Dunque deuono pigliarsi dal circolo dato gradi 200; i quali se bene non si puonno pigliare nello Stromento tutti insieme, ad ogni modo si puonno pigliar per parti; onde essendo più del semicircolo, prolongato il semidiametro CB in F, sarà CEDF gr. 180; e rimanendo gradi 20 fin'à 200, prendo gr. 20 nello Stromento allargato in 60.60, all'interuallo di BC, e sono FG; e così tutto l'arco CDG è $\frac{5}{9}$ del circolo, cioè gr. 200. In somigliante maniera, per prender la terza parte del circolo, che è gr. 120, si prendono due volte 60, ò qualsiuoglia altri due numeri, che aggiunti insieme facciano la stessa somma di gr. 120.

Che se fosse data vna linea, e conuenisse farne vn poligono regolare, diuidansi gr. 360 per il denominatore del poligono; alli gradi del quotiente s'applichi nello stromento la linea data, e ritenuta quell'apertura dello Stromento, prendasi l'interuallo 60.60, e sarà quello il semidiametro del circolo, à cui applicata la linea data, sarà il lato del poligono, e

repli-

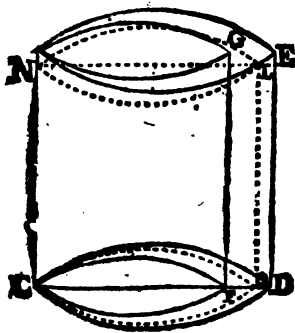
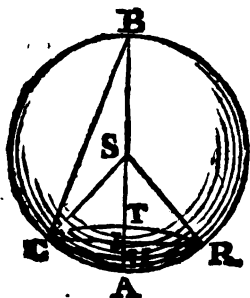
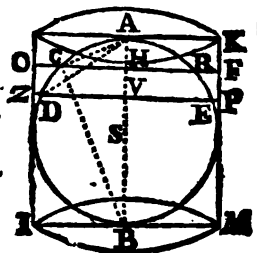
replicata formarà il detto poligono cercato. Sia data la linea KL, e si desideri vn pentagono regolare, di cui ella sia lato. Diuido 360 per 5 denominatore del poligono, & è il quotiente 72: perciò cerco il circolo, in cui KL sia corda di gradi 72 nel modo detto nella precedente Questione: il che faccio, applicando la linea KL all'interuallo 72. 72 nella linea de' gradi; e poi preso l'interuallo 60. 60, trouo esser' vguale alla linea BC; e di questa seruendomi, come di semidiametro, descriuo il circolo CDG, à cui applicata, e replicata la linea KL, formarà il pentagono.

QVESTIONE OTTAVA.

Dato il diametro d'vna sfera, come si troui la superficie sferica, e la solidità di qualsiuoglia segmento di detta sfera, conosciuto nella quantità de' gradi d'vn circolo massimo perpendicolare al piano della base di detto segmento.

SI come nel circolo altra cosa è il segmento, & altra il settore, poiche segmento è quello, che da vna linea retta, e parte della circonferenza si comprende, e settore è quello, che vien compreso da due linee rette vscite dal centro, e dalla circonferenza, che da dette linee rette vien' intercetta: Così parimente nella sfera segmento è quella parte solida, che si comprende da vn piano, che taglia la sfera, e dalla superficie sferica: doue che il settore è compreso da vna superficie conica, la cui cima è nel centro della sfera, e della superficie sferica, che vien tagliata dalla detta superficie conica. Quindi ciò che si comprende dal piano CTRH, e dalla superficie sfe-

rica

rica CAR, ouero dalla superficie sferica CBR, è segmento della sfera: mà il solido compreso dalla superficie conica CSR, e dalla superficie sferica CAR, è settore della sfera.

Or per trouare la superficie di tutta la sfera data, basta prendere per semidiametro d'vn circolo tutto il diametro della sfera, poiche quel circolo sarà vguale alla superficie della sfera; essendo che la superficie di qualsiuoglia sfera, come dimostra Archimede lib. 1. de Sphœr. & Cylindro, prop. 30, è quadrupla del circolo massimo di detta sfera; & il circolo, il cui diametro è doppio del diametro dell'istesso circolo massimo, è quadruplo di detto circolo, per la 2. del lib. 12, e perciò il circolo, il cui raggio è vguale al diametro della sfera, è vguale alla superficie di tutta la sfera, per la 7. del lib. 5. E perche il circolo è vguale al triangolo, li di cui lati posti ad angolo retto, sono il raggio, e la circonferenza (come nel lib. de dimens. circ. mostra Archimede) e perciò al parallelogrammo rettangolo fatto dal raggio, e dalla semicirconferenza; per la 41 del lib. 1. d'Euclide; ne seguita, che il rettangolo fatto da tutto il diametro, e tutta la circonferenza sarà quadruplo del circolo. Dunque dato il diametro della sfera, si conosce la circonferenza, la quale è al diametro prossimamente come 355 à 113; e moltiplicato il diametro per

la

i circonferenza del circolo massimo, s'haurà tutta la superfi-
ie della sfera. In questa maniera facilmente trouveremo tut-
a la superficie della terra, il di cui giro nel libro, che intitolai,
Terra Machinis mota dissert. 2. n. 22. mostrai molto proba-
ilmente essere di passi romani antichi 30598162. se questo
iro moltiplicato per 113, diuideremo il prodotto per 355,
oiche verrà il diametro della terra di passi romani antichi
7396 96. moltiplicato dunque il giro per il diametro, si tro-
erà la superficie di tutta la terra essere di passi romani antichi
uadrati 298016796038752, cioè miglia quadrate
98016796, e passi quadrati 38752.

Mà per trouare la superficie d'vn segmento di sfera, se si
rca la sola superficie sferica conosciuta ne' gradi del circolo
assimo perpendicolare alla base di detto segmento, pren-
si la metà del numero di detti gradi, & applicato nelle linee
e' gradi nello Stromento il semidiametro della sfera, il qual
nche semidiametro del circolo massimo, all'interuallo de'
adi 60. 60, prendasi l'interuallo della metà di detti gradi, e
esto sarà il semidiametro del circolo vguale alla superficie
erica cercata di detto segmento. Mà se si prenderà l'inter-
llo del numero intiero de' gradi dati, questo sarà tutto il dia-
etro del circolo, che è la base del segmento. Il che è mani-
to nella stessa figura, in cui al piano CHRT è perpendico-
e, il circolo massimo BCAR, & il punto A è l'apice del
gmento CAR, come il punto B è l'apice del segmento
BR: dunque per la prop. 36. del lib. 1. de Sphoera, & Cylind.
Archimede, la linea AC è raggio del circolo vguale alla su-
rficie sferica CAR, e per la prop. 37. la linea BC è raggio
oel circolo vguale alla superficie sferica CBR. Ora tanto la
linea AC, quanto la BC, sottendono la metà de' gradi del cir-

colo massimo, che passa per detti segmenti. Doue che la CR, che sottende tutto l'arco di detto circolo massimo, è il diametro del circolo, che è base delli segmenti.

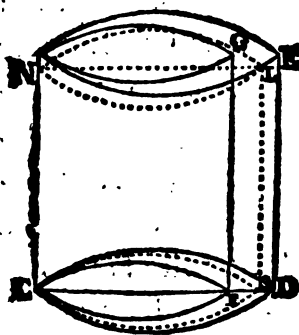
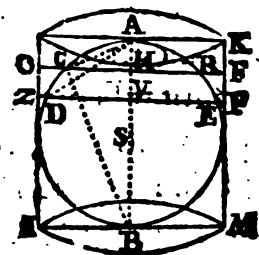
E se vorremo trouar in numeri la superficie sferica sudetta, cerchiamo per essempio nella terra, quanta sia la superficie compresa dal circolo polare, e sia il polo A, nel meridiano BRAC sia AC gr. 23½. Apro lo Stromento ad arbitrio, e con vn Compasso preso l'interuallo de'gradi 60. 60, con vn altro Compasso prendo l'interuallo 23½. 23½. Dipoi applicato l'vno, e l'altro Compasso nella linea Aritmetica, il primo all'interuallo 100. 100, e l'altro doue s'addata, trouo, che di quali parti il semidiametro è 100, & il diametro è 200, di tali quasi 41 è AC sottendente gr. 23½. Dunque come 200 à 41, così il diametro della terra di passi 9739696, alla sottendente di gr. 23½, cioè passi 1996637. semidiametro del circolo vguale alla superficie sferica CAR compresa dal circolo Polare. Facciasi pertanto come 113 à 355, così il semidiametro 1996637 alla semicirconferenza di detto circolo, che è passi 6272620; e moltiplicato il semidiametro per la semicirconferenza sarà tutta l'area del circolo passi quadrati 12524145178940, e così la superficie sferica compresa nel circolo polare è miglia quadrate 12524145, e passi quadrati 178940.

Trouata questa superficie sferica, si trouarà la solidità del settore SRAC, poiche questa è vguale al cono, la cui base è vguale alla superficie sferica, CAR, è l'altezza vguale al raggio della sfera AS, come insegna Archimede lib. 1. de Sphær. & Cylind. prop. 38. Dunque moltiplicata la base per la terza parte dell'altezza, s'haurà la solidità del cono vguale al settore. Si che la terza parte del raggio del globo della terra, essendo

sendo passi 1623282 moltiplicata per la superficie sferica trouata 12524145178940, dà la solidità di tutto il settore, miglia cubiche 20330219434. e passi solidi 36008108o.

Finalmente per hauere la solidità del solo segmento CRA, si cerchi la solidità del cono CSR, trouando la subtensa di tutto l'arco CAR, che è gradi 47. il che si fà applicando il semidiametro della sfera alli gr. 60.60, e poi preso l'interuallo 47.47, e nella linea Aritmetica applicato il raggio della sfera al 100.100, la subtensa di gr. 47, cioè CR è quasi 80; e questa come diametro darà la grandezza del circolo CTRH; e la SI seno del complemento della metà de'gradi dati, sarà l'altezza del cono; la terza parte dunque di tal altezza moltiplicando la grandezza del circolo base del cono, dà la di lui solidità; la quale leuata dalla solidità del settore, lascierà la solidità cercata del segmento CRA.

Vn'altra maniera vi sarà per trouar la superficie sferica di qualsiuoglia segmento, e delle zone, se faremo riflessione, che Archimede al manifesto 9. doppo la prop. 31. del lib. 1. de Sphœra, & Cylindro, mostra, che la superficie del cilindro con le basi è sesquialtera alla superficie della sfera, il cui massimo circolo è vguale alla base di detto cilindro circoscritto à detta sfera: onde ne segue, che detratte le basi, resta la superficie cilindrica vguale alla superficie sferica. Ora sia alla sfera BRAC circoscritto il cilindro IK, e con li piani OF, ZP paralleli sia tagliata la sfera, & il cilindro. Come di sopra si è detto, il circolo, di cui sia raggio la linea AC, è vguale alla superficie sferica CAR. Mà per la prop. 13. dello stesso lib. d'Archimede, la linea media proportionale trà il lato, & il diametro della base del cilindro retto, è raggio d'vn circolo vguale alla superficie cilindrica; dunque se la stessa CA è me-

dia proportionale tra il lato del cilindro KF, & il diametro della base OF, sarà la superficie cilindrica KO vguale alla superficie sferica d'altezza vguale CAR. E che CA sia media proportionale trà KF, & OF, così è manifesto. QF è vguale ad IM, cioè à KM, cioè ad AB diametro del circolo, e tirata la BC, l'angolo BCA nel semicircolo è retto; e la CH è perpendicolare alla base BA, dunque, per l'8. del 6. CA è media tra BA, & AH, cioè tra OF, e KF.

Nella stessa maniera si mostra, che la superficie cilindrica KZ è vguale al circolo, di cui è raggio l'AD; & all'istesso circolo è vguale la superficie sferica DAE. Dunque leuata la cilindrica KO, e la sferica CAR vguali, rimane la cilindrica FZ vguale alla zona della sferica DCRE.

Sì che se la superficie sferica è di segmento, trouisi il seno verso della metà de' gradi dati, cioè AH, e questo si moltiplichi per il giro del circolo massimo della sfera: e se la superficie sferica è d'vna zona, prendasi la differenza de' seni versi de' due gradi estremi della larghezza di detta zona, cioè HV, e si moltiplichi per l'istesso giro del circolo massimo della sfera, e s'haurà la superficie, così sferica CRED, come cilindrica FZ corrispondente. Mà se nelle linee Geometriche applicarai le due linee *AC*, *AD*, e per

la

la Queſt. 6. del Capo 3. trouerai il raggio del circolo vguale alla differenza de'circoli di dette due linee AC, AD, haurai il circolo vguale alla zona CRED.

QVESTIONE NONA.

Data in gradi la circonferenza d'vn ſegmento di circolo, come ſi troui l'area di detto ſegmento.

ESſendo che per l'vltima del 6. d'Euclide li ſettori del circolo hanno tra di ſe la proportione de gl'archi, da' quali ſono compreſi, il ſettore à tutto il circolo hà la proportione del ſuo arco à tutta la circonferenza. Si che nella figura 24, ſe ſarà dato il circolo BRAC, & il ſegmento di circolo CRA, tirate dal centro le linee SC, SR, il ſettore SCAR à tutto il circolo, hà la proportione, che hà l'arco CAR à tutta la circonferenza. Quindi è, che conoſciuti li gradi dell'arco del ſegmento, ſe ſi fà come gr. 360, alli gradi conoſciuti del ſegmento, così l'area di tutto il circolo ad altro, verrà ad hauerſi l'area del ſettore SCAR: E ſe da queſto ſi leua il triangolo CSR (il quale ſi troua moltiplicando CI ſeno della metà de'gradi conoſciuti del ſegmento, per SI ſeno del complemento di di detta metà) rimane l'area del ſegmento CRA.

Dunque applicato il raggio del circolo dato all'interuallo de'gradi 60. 60. prendaſi l'interuallo congruente alli gradi dati del ſegmento: ouero ſe ſolo foſſe dato il ſegmento, per la Queſt. 6. di queſto Capo, ſi troui il raggio del ſuo circolo. Et applicati queſti due interualli (cioè il raggio del circolo, e la corda del ſegmento) nelle linee Aritmetiche ſi troui la lor proportione, e della CR già conoſciuta in numeri ſi prenda

la

la metà CI. Quindi per la Quest. 5. si troui il seno del complemento della metà de' gradi dati, cioè la SI, e questo moltiplicato per CI darà la quantità del triangolo da leuarsi dal settore, acciò resti l'area del segmento.

Sia dato il segmento, il cui arco sia di gr. 47. Se il diametro è 100000, e la circonferenza 314159, l'area del circolo fatta dalla metà del diametro, e dalla metà della circonferenza è di particelle quadrate 7853975000. Dunque come gr. 360 à gr. 47, così 7853975000 all'area del settore di gr. 47, cioè à 1025380069. Quindi aperto lo Stromento, e presi gl'interualli 47. 47, e 60. 60, trouo che di quali parti 50 è il raggio di tali quasi 40 è la subtensa di gr. 47. dunque la metà è parti quasi 20. E perche la metà de' gr. 47 è 23½, il cui complemento è gr. 66½, trouo con aprire di nuouo lo Stromento, come prima, che il seno di gr. 66½ è di parti 45, delle quali il raggio è 50. Ora perche il diametro si pose 100000 il raggio non è 50; ma 50000, e così alli numeri trouati con lo Stromento aggiongo trè zeri; onde moltiplco 20000 per 45000, e si produce l'area nel triangolo 900000000, che leuata dal settore trouato 1025380069 lascia per area del segmento dato 125380069.

Di quì si vede ciò, che debba farsi, quando il segmento dato è maggiore del semicircolo, come il segmento CRB: poiche operandosi, come prima, si troua da principio tutto il settore SCBR: e poi trouata l'area del triangolo CSR, questa non si leua dal settore trouato; mà se gl'aggionge per hauer tutto il segmento CRB.

E se sarà vna parte di circolo compresa da due linee parallele, trouisi la quantità de' due segmenti, che esse fanno, e la differenza di detti segmenti, è l'area dello spatio compre-

so

so dalle due linee parallele, e da gl'archi trà esse intercetti, come è manifesto.

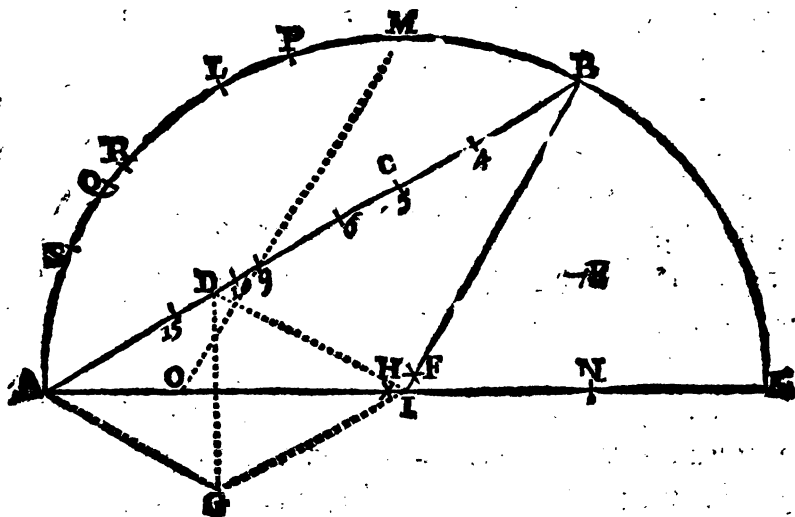
CAPO VII.

Come nello Stromento s' habbiano à segnare i lati delle figure regolari; vso di questa linea de' Poligoni.

DA quello, che s'è detto nella Quest. 7. del Capo precedente, doue habbiamo insegnato il modo di trouare il lato di qualsiuoglia figura regolare, non pare necessario descriuere nello Stromento i lati delle figure regolari, che puonno descriuersi nello stesso circolo, ad ogni modo per la breuità dell'operare, sarà vtile porre nello Stromento questa linea de' Poligoni.

Tirate dunque ne' lati dello Stromento le due linee AR, AT, acciò riescano più distinte le diuisioni, prendasi tutta la linea AR, per il lato del triangolo equilatero, che può descriuersi nel circolo: poiche come questa figura è la minore di tutte quelle, che nello stesso circolo puonno descriuersi, se si considera l'area, e capacità sua, così il suo lato è il maggiore di tutti. Ora posta la detta linea AR, per lato del triangolo, è manifesto, ch'ella è corda della terza parte del circolo, cioè di gr. 120. Conuien dunque trouar il semidiametro del suo circolo: il quale se non si troua nel modo detto nella Questione 6. del Capo precedente, può trouarsi nel modo seguente.

Sia la linea AB lato del triangolo, e corda di gr. 120; dunque dal centro del circolo tirati li semidiametri, faranno gli angoli alla base vguali di gr. 30 per ciascuno. E per far ciò, pren-

prendo nell'estremità della data linea due parti vguali tra di loro BC, AD, & allo stesso interuallo dalli punti B, & C descriuo due archi occulti, che si segano in E; e similmente dalli punti C, & E descriuo due altri archi occulti, che si tagliano in F. Nella stessa maniera opero dalli punti A, & D allo stesso interuallo descriuendo due archi, che si tagliano in G: e dalli punti G, & D due altri, che si segano in H. Poscia dal punto B per F, & dal punto A per H, tiro due linee, che si incontrano in I, e dico, che I è il centro del circolo, e l'angolo AIB, è di gr. 120. essendo, che li due angoli ABI, BAI sono ciascuno di gradi 30. Il che così si rende manifesto. Tirinsi le linee AG, GD, DH, HG, e perche per la costruttione gl'archi occulti tutti sono stati descritti allo stesso interuallo, li due triangoli ADG, DHG sono equilateri, e tra di loro vguali; dunque l'angolo DAG è di gradi 60, come anche

tutti

ge
om-
ali;
mo-
ref-
ono
a ſi
e ſi
tro
in
K, ſi
le à

AL,
del
zzo
e al
ea

na
dia-
, ſi
che
go
per
ata

ria

pren
loro
scriu
li pu
no in
stesso
dalli
punt
incol

lo Al
no ci
rinsi l
gl'ar
li due

tutti

tutti gl'altri. Or essendo ne' triangoli ADH, AGH li due lati AD, DH vguali alli due lati AG, GH, e la base AH commune, per l'8. del lib. 1. gl'angoli DAH, GAH sono vguali; dunque l'angolo DAH è gr. 30. E la stessa forma di dimostrare saria per prouare, che CBF sia di gr. 30. Dunque essendo vguali li due angoli BAI, ABI, anche i lati IA, IB sono vguali: Dunque fatto centro in I all'interuallo IB si descriua il circolo, e l'arco opposto all'angolo AIB sarà gr. 120; il che si renderà manifesto se dal punto A applicato il semidiametro alla circonferenza diuiderà in L precisamente per metà, in modo, che AL; LB siano vguali, e prolongata la AI in K, si che sia diametro del circolo, riuscirà parimenti BK vguale à BL, & LA.

Trouato il lato dell'essagono, che è la corda dell'arco AL, la quale nella linea AB traportata è A 6, si cerca il lato del quadrato nello stesso circolo: il che si fà diuidendo per mezzo l'arco LB, ouero dal centro I, tirando vna perpendicolare al diametro AK, e cade in M, si che AM traportata nella linea data AB, sia A 4 lato del quadrato.

Per hauer il lato del pentagono, diuidasi, come insegna Ptolomeo nel lib. 1. dell'Almagesto, per mezzo il semidiametro IK, nel punto N, e dal punto N all'interuallo NM, si descriua vn'arco occulto, che taglia il diametro in O; poiche dal punto O, tirata la linea OM, questa è il lato del pentagono da applicarsi all'arco AP, e nella linea AB sarà A 5. E per conseguenza OI è il lato della figura di dieci angoli applicata all'arco AQ, e nella linea Ab sarà A 10.

Per il lato della figura di sette lati non v'è forma propriamente Geometrica; ma tentando si può trouare, ò la settima parte di tutto il circolo, e quest' arco darà la corda, che sarà

lato dell'eptagono, ouero la settima parte del semicircolo, e due di queste saranno la settima di tutto il circolo.

Or hauendo gl'archi, che sono la 4. 5. 6. 7. 10. parte del circolo, diuidendoli per mezzo, e subdiuidendoli hauremo la 8. 16. 12. 14. 20. parte del circolo con la sua corda da segnarsi nella linea A B. Per trouare la 9 parte, si può diuider in 3 parti l'arco ALB, e la terza parte sia AR, quale perciò sarà la 9 di tutto il circolo. E questa diuisa per mezzo darà la 18.

Mà per la decimaquinta parte, si prenderà l'arco AP, che è la quinta, e l'arco AB, che è la terza parte del circolo, e la loro differenza PB diuisa per mezzo s'applichi all'arco AS, che questa sarà la 15 parte di tutto il circolo, come consta dalla 16. del lib. 4.

Si che non restano, che la 11. 13. 17. 19. parte del circolo, la quale non si troua, che mecanicamente tentando con la replicatione del Compasso. Il che se bene è di qualche noia nella fabrica dello Stromento, ad ogni modo apporta poi facilità per sempre nell'altre occasioni: e la prattica di tal diuisione non riesce tanto scommoda, quando il circolo è così grande, che la corda della terza parte sia vguale alla linea dello Stromento, e di tal grandezza deue intendersi la linea AB della presente figura, se bene s'è fatta quì assai più piccola.

Che se bene quando lo Stromento è assai lungo, vi si puonno commodamente notare li lati delle figure anche di più angoli, nulladimeno ne' mediocri basterà sin alla figura di 20 angoli, come s'è fatto nella figura 27.

Mà se questa forma d'oprare sin'ora accennata, non piacesse come troppo operosa, potremo hauere l'istesso intento

con

con l'aiuto della tauola de' ſeni, e della linea aritmetica dello Stromento; eſſendo che in tal modo hauremo, quanto baſterà, per le operationi Fiſiche. Ora primieramente diuidaſi il circolo, cioè gr. 360. per il numero de' lati della figura, e s'haurà la quantità de' gradi, che toccano à ciaſcun lato. Dipoi queſto numero de' gradi trouati diuidaſi per metà, e di queſta metà ſi cerchi il ſeno nelle tauole, come ſi vede fatto nella ſeguente tauoletta, in cui nella prima colonna ſono i numeri de' lati delle figure regolari; nella ſeconda ſono i gradi de gl'archi, che toccano à ciaſcun lato di ciaſcuna figura.

Proportione de' lati de' Poligoni deſcritti nello ſteſſo circolo, e numero de' gradi, che prende ciaſcun lato di dette figure.

Fig.	Arco	Metà	Seno	Fig.	Arco	Metà	Seno
1	G. M.	G. M.		11	32 43	16 21	281
2				12	30	15	258
3	120	60	866	13	27 41	13 50	239
4	90	45	707	14	25 42	12 51	222
5	72	36	587	15	24	12	204
6	60	30	500	16	22 30	11 15	195
7	51 25	25 42	433	17	21 10	10 35	183
8	45	22 30	382	18	20	10	173
9	40	20	342	19	18 [illegible]	9 27	164
10	36	18	309	20	18	9	156

nella terza la metà di detti gradi, e nella quarta il ſeno di ciaſcuna. Ciò fatto tiriſi ſopra vn piano vna linea retta vgua-

le alla linea AR, ouero AT dello Stromento nella figura 27, e presa col Compasso la lunghezza di tal linea, s'applichi nella linea Aritmetica dello Stromento all'interuallo $86\frac{1}{2}$, $86\frac{1}{2}$, poiche douendo quella esser corda di gr. 120, il seno di gradi 60 è 866. E ritenuto lo Stromento in quell'apertura, prendasi il seno 707, all'interuallo $70\frac{1}{2}$. $70\frac{1}{2}$ per il lato del quadrato, e questo si segni nella linea tirata, che rappresenta la linea dello Stromento AR. E così di mano in mano conforme alla quantità de' seni notati: perche se bene questi sono seni della metà de gl'archi, sono metà delle corde, e queste hanno tra loro la medesima proportione, che detti seni.

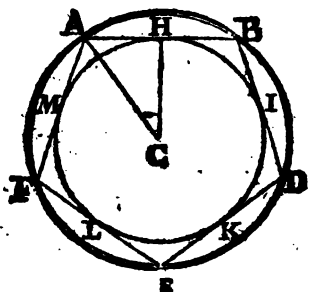
Finita, che sia nella linea tirata questa diuisione, si traporta sù le linee AR, AT dello Stromento, il quale hauendo le linee laterali diuise nella proportione de' lati delle figure regolari rispetto al medesimo circolo, in cui capiscano, è manifesto, che anche gl'interualli hauranno simile proportione, come più volte s'è dimostrato.

QVESTIONE PRIMA.

Come data vna linea si possa farne vna figura Regolare, qual più piace, ò descriuere l'angolo d'vna figura Regolare, di quelle, che son segnate nello Stromento.

Sia data vna linea AB nella figura 35, e di essa voglia farsi vna figura di cinque lati vguali. Questa s'applichi nella linea de' poligoni AR, AT dello Stromento, all' interuallo 5. 5: e perche il lato dell'assagono è vguale al semidiametro del circolo, in cui hà da formarsi il cercato pentagono, ritenuta quell'apertura dello Stromento, prendasi l'interuallo 6.6, e

con

con tal'interuallo dall' estremità A, & B della linea data si descriuano due archetti, che si tagliano in C, e con quello stesso interuallo dal centro C si descriua il circolo ABDEF, nel quale replicata la linea AB, s'haurà il pentagono cercato.

Che se solo si cercasse di far'vn' angolo del Pentagono all'estremità A della linea data, trouato come prima il centro C, basterà descriuere occultamente l'arco AF, & ad esso applicare la linea AB, siche sia la retta AF, e sarà fatto l'angolo BAF del pentagono. Il che è vn gran compendio d'operare per chi hà da far in grande il dissegno d'vna fortezza regolare.

Quindi è, che se la linea data fosse molto grande, in modo, che non si potesse prender tutta col Compasso, ò non capisse nell'interuallo dello Stromento, basterà solo pigliarne vna parte nell'estremità, qualunque ella sia ad arbitrio, ò sia aliquota, ò nò, e con quella far l'angolo desiderato del poligono, nel modo che s'è detto: perche allongata poi questa linea tirata per far l'angolo, finche sia tanto quanto la prima, fatto nella sua estremità vn angolo vguale al già trouato, e così di mano in mano verrà à compirsi la figura bramata. Come per essempio, se c'imaginiamo la linea AB prolongata alla lunghezza di quattro palmi, questa non può tutta capire nello Stromento: perciò ne prendo solo la parte AB, e come se con quella sola douessi operare, quella applico nello Stromento, & opero come s'è detto: poiche prolongata poi AF tanto ch'anch'ella sia di quattro palmi, nella sua estremità faccio vn'altr'angolo vguale all' angolo BAF, e così di mano in mano fin che sia compita la figura.

QVE-

QVESTIONE SECONDA.

Data vna figura regolare, come se le possa circoscriuere, ò inscriuer' vn circolo.

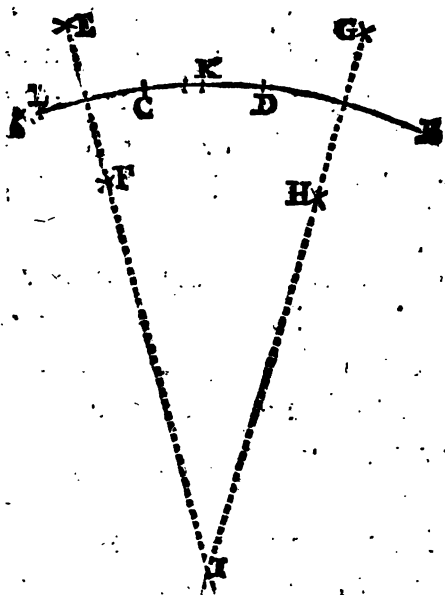
PEr la circoscrittione del circolo non si richiede più che trouar'il centro della figura regolare data: la quale se hà numero pari di lati, come 6, 8, &c. basta dalli due angoli opposti tirar' vna diagonale, e da altri due angoli opposti vn' altra diagonale, la quale diuiderà per mezzo la prima, & il punto dell'intersettione è il centro della figura; e l'interuallo dal detto punto fin'ad vno de gl'angoli è il semidiametro del circolo, che si circoscriue alla figura.

Mà se la data figura è di numero disuguale di lati, conuien' applicar' il lato di detta figura nella linea de' poligoni nello Stromento all'interuallo corrispondente alla figura (così se è vn pentagono s'applica all'interuallo 5. 5.) e poi preso l'interuallo 6. 6, descriuere, come nella Questione precedente, due archi occulti, che si tagliano in C; e questo è il centro della figura, & all'interuallo CA se le circoscriue il circolo ABDF.

Per iscriuere poi il circolo, basta, trouato come prima, il centro della data figura, diuider per mezzo vno de' lati, come AB in H, e dal centro C all'interuallo CH descriuer' il circolo HIKLM, il quale sarà inscritto alla detta figura, poiche tutti i lati di essa lo toccano, come facilmente si può dimostrare dalle cose, che dice Euclide nel lib. 4. in somigliante proposito.

QVESTIONE TERZA.

Dato vn'arco, come si possa facilmente trouare in esso la quantità d'vn grado, & altre parti del circolo non segnate nella linea de' poligoni.

SE bene questo problema facilmente si mette in prattica con la linea de' gradi dello Stromento, nondimeno conuien pratticarlo con questa linea de' poligoni, perche questa prattica darà lume per varie diuisioni assai minute anche di linee rette.

Sia dato l'arco AB, di cui si desidera sapere, quanto sia grande la quantità d'vn grado. Cerchisi, per la 25. del lib. 3. il centro di tal'arco; il che breuemente si fà prendendo ad arbitrio AC, e dalli punti A, & C descritti occultamente à qualsiuoglia interuallo due archi, che si tagliano in E, & F, per li punti E, & F si tiri vna linea retta indefinita, e lo stesso facciasi prendendo ad arbitrio BD, e per li punti dell'intersettioni de gl'archi occulti G, & H similmente si tiri vna linea retta indefinita; la quale taglierà la prima nel punto I; e questo è il centro del circolo, di cui l'arco dato AB è parte.

Preso

Preso dunque il semidiametro di tal circolo, cioè l'interuallo IA, ouero IB, l'applico nella linea de'poligoni alli punti 6.6, e ritengo questa apertura dello Stromento.

Ora quì conuiene far riflessione à ciò, che osseruò Euclide nell'vltima propositione del libro 4. doue insegnò à descriuere la figura di quindici lati, col beneficio de' lati del triangolo, e del pentagono: & è, che moltiplicando insieme li denominatori di due figure regolari, cioè i numeri de' loro lati, si hà il denominatore d'vn'altra nuoua figura; e la differenza de gl'archi corrispondenti al lato di dette due figure contiene tante parti di questa nuoua figura, quanta è la differenza de' numeri de'lati di quelle figure. Così il triangolo hà trè lati, il pentagono cinque, moltiplico 3, per 5, & hò 15; e perche la differenza di 3 à 5 è 2, perciò dall' istesso punto del circolo applicato il lato del triangolo, & il lato del pentagono, la differenza de gl'archi corrispondenti à questi lati contiene due parti delle quindici del circolo. E se la differenza del numero de'lati delle figure sia l'vnità, applicati i loro lati al circolo, restarà la differenza de gl'archi la parte competente alla nuoua figura: Così applicato il lato del quadrato, e del pentagono, la differenza è la ventesima parte del circolo, perche 4 moltiplicato per 5, fà 20. Il che è manifesto, perche delle 20 parti vn quarto ne leua 5, e delle stesse 20 vn quinto ne leua quattro; dunque la differenza d'vn quarto, e d'vn quinto è vna ventesima.

Supposta questa dottrina verissima, e chiarissima, hauendo noi nella linea de'poligoni il lato della figura di 20, & il lato della fig. di 18 lati, moltiplicando 20 per 18, habbiamo 360, che è il numero de'gradi di tutto il circolo; e perche la differenza tra 20, e 18 è 2, perciò preso nello Stromento nella linea

nea de' poligoni l'interuallo 18. 18, l'applico all'arco dato, & è AK: dipoi preso l'interuallo 20. 20, l'applico nello stesso arco dal punto K, & è KL, onde resta AL due trecensessantesime di circolo, e se AL si diuiderà per mezzo, hauremo il grado del circolo.

Che se prendessimo l'interuallo, che diuide il circolo in 20, e quello, che lo diuide in 19 parti, la differenza loro sarà $\frac{1}{380}$ del circolo, così per diuider il circolo in 63 parti, prendo due numeri, che moltiplicati facciano 63, e questi sono 7, e 9, la differenza de' quali è 2. Dunque applicato al circolo il lato della figura di sette, e quello di noue lati, la differenza sarà $\frac{2}{63}$ del circolo, e diuisa per mezzo, darà l'arco, la cui corda è lato della figura di 63 lati.

Di quì si vede, che hauendo noi nella linea de' poligoni i lati di diciotto figure, combinandole à due à due, si ponno fare 162 combinationi, e trouar' i lati di altre 162 figure, oltre le notate nello Stromento. Mà perche alcune differenze comprenderebbono numero disuguale di parti, saria assai difficile il trouarle, perciò meglio è seruirsi solo di quelli, che hanno ne' numeri la differenza, che è numero pari, e riceue subdiuisione. Come per essempio, se prendiamo il lato di 20, e quello di 13, la differenza sarà $\frac{7}{260}$ del circolo, e troppo difficile riuscirebbe diuidere in sette parti quella particella, che è la differenza degl'archi: se pur non s'adoprasse ne gli archi l'industria, che nelle linee rette habbiamo mostrata nel Cap. 2. espressa doue vna ventesima si diuise in cinque parti. Mà se prendiamo il lato di 11, e quello di 19, la differenza sarà $\frac{8}{209}$ del circolo, la qual differenza diuisa, e due altre volte subdiuisa, finalmente resta $\frac{1}{209}$ del circolo.

Da queste cose, quì dette si raccoglie vn modo facilissimo

per pigliar in vna retta linea data vna particella, che per altro saria difficile à trouare, quando il numero delle parti è numero composto: cioè trouando due numeri differenti tra di loro solamente per l'vnità, ouero per il binario, ò quaternario, i quali insieme moltiplicati, facciano il numero, che denomina le parti.

Per essempio voglio vna settantesima seconda della linea retta MN. Veggo, che il 72 si fà dalla moltiplicatione di 8 per 9, onde cauo, che la differenza dell'ottaua, e della nona parte di detta linea MN è la settantesima seconda cercata. Applico dunque nella linea Aritmetica dello Stromento la linea MN al interuallo 80. 80, perche all'interuallo 10. 10, haurò l'ottaua parte, che sarà ML. Dipoi l'istessa MN applico all'interuallo 90. 90, & all'interuallo 10. 10, haurò la nona parte, la quale sarà LI, e farà la differenza IM $\frac{1}{72}$ di tutta la linea, perche delle 72 particelle vn'ottauo ne contiene 9, & vn nono ne contiene 8, dunque la differenza d'vn'ottauo, e d'vn nono è $\frac{1}{72}$.

E' vero, che si può fare più breuemente, e sarà maniera commune anche quando la parte è denominata da vn numero primo; cioè si metta la linea data all'interuallo della denominatione delle parti, & all'apertura medesima si prenda l'interuallo prossimamente minore, poiche leuato questo dalla linea data, il rimanente sarà la parte cercata. Così posta la MN all'interuallo 72. 72, prendasi l'interuallo

uallo 71. 71, e sarà NI; dunque IM è vna settantesima seconda, come si cercaua. E di questa maniera conuerà operare, quando il numero della parte cercata cadesse nelli punti vicini al centro dello Stromento, che per il gruppo dello stesso Stromento, non vi si puonno prendere: onde conuiene prendere l'interuallo, che porta la differenza tra il Numeratore, & il Denominatore della parte cercata. Così se volesti $\frac{3}{72}$ della MN, veggo che la differenza tra il 3, e 72 è 69; perciò posta la MN alli punti 72. 72, prendo 69. 69, e leuato dalla MN quest'interuallo, il residuo sarebbe $\frac{3}{72}$.

Che se la linea data fosse piccola assai, come ML, e si vedesse diuidere in parti 9; perche saria scommodo l'applicarla allo Stromento, prolongo la linea ML tanto, che la replico otto volte sin ad N: dipoi applicata la MN all'ottuplo di parti 9, cioè al 72, prendo poi 71. 71, e sarà NI, onde restando IM $\frac{1}{72}$ di MN, sarà per consequenza $\frac{1}{9}$ di ML: e così potrà, se si vorà, continuar la diuisione di ML in tutte le sue none parti prendendosi 70. 70, e trapo rtandolo dal punto N verso M, che lasciarà $\frac{2}{72}$, cioè $\frac{2}{9}$ di ML, &c.

QVESTIONE QVARTA.

Come si conosca la proportione de' lati delli poligoni descritti nello stesso circolo; e poi anche la proportione delli stessi poligoni.

DAlla tauoletta posta in questo Capo è manifesta la proportione de' lati de' poligoni; mà non si può sempre hauere questa tauoletta alla mano, come s'hà lo Stromento. Per conoscer dunque la proportione di detti lati conuiene vedere, se si vogliono con relatione al semidiametro, ò solo

tra di loro. Per essempio voglio sapere, che proportione habbia il lato del pentagono al lato del decagono. Posso considerarli assolutamente tra di loro senza riguardo del lato dell'essagono, che è vguale al semidiametro; ouero determinata la quantità delle particelle del semidiametro, considerare quante di quelle particelle contenga ciascuno di detti lati. Nel primo caso con due Compassi prendo gl'interualli 5. 5, e 10. 10, nella linea de' poligoni. Dipoi nella linea Aritmetica applico il lato del pentagono all'interuallo 100. 100, e trouando, che il lato del decagono cade nell'interuallo 52. 53, dico, che la loro proportione è come di 100 à 52½. Mà volendosi la loro proportione in riguardo del lato dell'essagono, conuiene prendere trè misure, cioè oltre li due detti interualli pigliar'anche quello di 6. 6, e questo nella linea Aritmetica porre all'interuallo 100. 100, e così trouerassi la proportione del lato del pentagono à quello del decagono, come 58½ à quasi 31.

Trouata la proportione de' lati di due figure, in riguardo al lato dell'essagono posto come 100, si trouerà la proportione di dette figure, cercando l'area d'vno de' triangoli di ciascuna, e poi moltiplicando quell'area, per il numero de' lati di ciascuna. L'area poi di ciascun triangolo si troua con la moltiplicatione della metà del lato per la perpendicolare, che in esso cade dal centro; cioè moltiplicando AH per CH, come si caua dalla 42. del lib. 1. Si troua poi la grandezza della perpendicolare CH, ò con lo Stromento applicando CA semidiametro nella linea Aritmetica

tica all'interuallo 100. 100, ò dal quadrato della CA 100, cauando il quadrato della metà del lato conosciuto. Essendo dunque il lato del pentagono in riguardo del semidiametro del circolo, à cui è inscritto, come 58$\frac{1}{2}$, la sua metà è 29$\frac{1}{4}$, il cui quadrato è 855$\frac{9}{16}$, il quale sottratto dal quadrato del semidiametro, resta il quadrato della CH, e la radice 95$\frac{1}{2}$ in circa è la quantità della perpendicolare CH. Moltiplicato dunque CH 95$\frac{1}{2}$ per HA 29$\frac{1}{4}$, l'area d'vn triangolo quinta parte del pentagono è 2793$\frac{1}{2}$, e questa moltiplicata per 5. numero de' lati per conseguenza de' triangoli del pentagono, sarà tutta l'area del pentagono 13976. Il che pure si saria trouato, se presa la metà del giro del pentagono (che è 292$\frac{1}{2}$) cioè 146$\frac{1}{4}$ si fosse moltiplicata per la perpendicolare 95$\frac{1}{2}$, poiche saria venuta l'area del pentagono allo stesso modo 13967.

Ora per trouar l'area del decagono, il cui lato è quasi 31, & il mezzo giro 155, in circa, trouo la perpendicolare cauando dal quadrato del semidiametro, cioè da 10000, il quadrato della metà del lato 15$\frac{1}{2}$, cioè 240, e restano 9760 quadrato della perpendicolare, quale perciò è 98$\frac{3}{4}$. Moltiplicato dunque 155 per 98$\frac{3}{4}$, si produce l'area del decagono 15306. Dal che conchiudo, che il pentagono, & il decagono descritti nello stesso circolo sono come 13967, e 15306, & in minori termini, poiche li numeri non son tanto precisi, come 14 à 15. E nella stessa forma si procederà nella comparatione dell'altre figure, doue si vedrà, che quanto minore è il lato, tanto più và crescendo l'area.

QVESTIONE QVINTA.

Dato vn poligono regolare, trouarne vn'altro à lui vguale.

SE sarà data vna figura regolare, & vn'altra diuersa se ne desideri à lei vguale, primieramente per la Questione antecedente si troui la proportione di tali figure nello stesso circolo, come se sia dato vn pentagono, e si voglia vn decagono à lui vguale, si troua, che il pentagono al decagono nello stesso circolo è come 14 à 15. Dipoi il lato della data figura s'applichi nelle linee de' poligoni all'interuallo conueniente, come nel caso nostro all'interuallo 5. 5, e si prenda l'interuallo della specie della figura, che si cerca, come quì è il decagono, e sarà 10. 10. Finalmente perche il decagono è come 15, al pentagono, che è come 14; nelle linee Geometriche all'interuallo 15. 15, applico questo lato trouato del decagono; e preso l'internallo 14. 14, sarà il lato d'vn decagono, che è al decagono inscritto nello stesso circolo col pentagono dato, come 14 à 15, cioè come il pentagono dato al decagono nello stesso circolo: Dunque quest'vltimo interuallo preso è il lato del decagono vguale al dato pentagono; poiche così il decagono di questo lato, come il pentagono dato hanno la stessa proportione di 14 à 15 al decagono nello stesso circolo con la figura data, per la 7 del 5.

C A-

CAPO VIII.

In qual maniera s'habbia à segnare nello Stromento la linea d'vgualianza trà piani regolari dissomiglianti: & vso di questa linea trasformatoria.

Conuien talhora cangiar' vna figura piana in vn'altra di specie differente, e se bene di ciò s'e parlato nel Capo antecedente alla Quest. 1. nientedimeno per farlo più presto, e con facilità, si può nel nostro Stromento segnar' il lato di ciascuna figura. E perche le figure Irregolari non hanno alcuna determinatione, potendo esser molto varia la loro irregolarità, perciò solamente si considerano le regolari, poiche conosciuto vn lato, tutti gl'altri son noti, essendo tra di se vguali.

Primieramente fà di mestieri conoscere la proportione de' lati delle figure dissomiglianti, ma secondo l'area, ò superficie trà di se vguali. E perche tutte le figure regolari puonno concepirsi, come descritte nel circolo; dal cui centro tirate à ciascun' angolo linee rette, l'area si diuide in tanti triangoli vguali, quanti sono i lati di ciascuna di dette figure, perciò basterà trouar la base d'vno di detti triangoli. Onde nota, che sia l'area d'vna figura, questa si diuiderà in tante parti, quanti sono i lati della figura, che si desidera, e questo quotiente sarà l'area del triangolo, che è tal parte di detta figura. Del qual triangolo Isoscele essendo conosciuta l'area, & la proportione de' lati (poiche per il Capo antecedente si conosce la proportione del lato della figura al semidiametro del circolo, in cui è descritta, ò almeno si può cauare dalle tauole de' seni) si troua la grandezza della base. Dun-

Dunque supposto il lato del triangolo equilatero esser 1000, trouo la sua area nel modo commune à tutti li triangoli, cioè dalla metà del giro di tutto il triangolo sottraendo ciascuno de' lati, e moltiplicate insieme le trè differenze, e questo prodotto moltiplicato per la detta metà del giro, cauo la radice quadrata, che sarà l'area cercata. Perciò essendo vn lato 1000, tutto il giro è 3000, e la metà 1500; dunque le trè differenze sono 500, 500, 500, le quali moltiplicate insieme, fanno 125000000, e questo prodotto moltiplicato per 1500 metà del giro del triangolo, dà 187500000000; la cui radice quadrata è 433012 area del dato triangolo equilatero.

Ora volendosi il lato d'vn quadrato vguale al dato triangolo, prendo la quarta parte dell'area trouata del triangolo, & è 108253, e questa è l'area del triangolo, che è la quarta parte del quadrato vguale al dato triangolo. Et in questo piccolo triangolo, quarta parte del quadrato li lati posti, come 1000, la base è 1414 ℞ 2000000. Dunque perche li triangoli simili sono nella proportione duplicata de' lati, cioè le lor'aree sono come li quadrati de' lati homologi, per la 19. del lib. 6, trouata l'area corrispondente à questi trè lati ne' termini della proportione conosciuta, se si farà come l'area trouata all'area conosciuta 108253, così il quadrato della base 1414 ad vn'altro verrà il quadrato della base, che si cerca. Quindi è, che data la proportione de' lati del triangolo 1000, 1000, 1414, si troua l'area 499999; e così come questa à 108253, così il quadrato della base, che è 2000000, (ouero 1999396 se si prende per base 1414 precisamente) à 433012, quadrato della vera base, che si cerca; quale perciò sarà 658 ✠, e tale sarà il lato del quadrato vguale al dato triangolo.

Con-

Con l'istesso metodo si trouano i lati del pentagono, essagono, & altri vguali al dato triangolo, cioè prendendo per il pentagono la quinta parte dell'area del triangolo equilatero posto, per l'Eptagono la settima parte, &c. E poi conosciuta la proportione del lato di ciascuna figura al semidiametro del circolo, in cui ella può descriuersi, si troua l'area di questo triangolo isoscele; e finalmente facendosi, come la quinta, ò settima, &c. parte del triangolo equilatero posto, à quest'area vltimamente trouata, così il quadrato del lato del pentagono, ò eptagono, &c. al quadrato del lato vero cercato; onde la radice di quest'vltimo quadrato sarà il lato, che si cerca: e così si sono trouati i lati d'alcune figure regolari, come nell' annessa Tauoletta si troua notato. E con questa proportione

Lati di figure regolari tra di loro vguali.			
Triangolo	1000.	Ottangolo	299 ✠
Circolo	742 ✠	Nonangolo	264 ✠
Quadrato	658 ✠	Decangolo	237 ✠
Pentagono	502 ---	Vndecangolo	214 ✠
Essagono	408 ✠	Dodecangolo	197 --
Eptagono	342 --		

si diuidono le linee AN, AV nella fig. dello Stromento pag. 164. pigliando tutta la AN per 1000 lato del triangolo, il quale si segna con la nota ▵ per contradistinguerlo dal 3, che si segna nell'altra linea, in cui sono le parti del circolo, e chiamiamo linea de' poligoni. Così per il pentagono si prende A 5 di pati 502 -- di quelle, delle quali tutta la AN è 1000; e nello stesso modo dell'altre tutte.

Col medesimo metodo approuarei, che nella stessa linea si segnasse il Diametro del circolo vguale all'istesso triangolo, la cui area è di parti 433012 quadrate. Perche il circolo è vguale al triangolo rettangolo fatto dal semidiametro, e dalla circonferenza, e perciò vguale al Rettangolo sotto il semidiametro, e la semicirconferenza, onde questi lati hanno la proportione medesima del diametro alla circonferenza, cioè di 113 à 355; perciò moltiplicato 355 per 113 l'area del circolo sarà 40115. Siche habbiamo due aree di circoli, vna di 40115, l'altra di 433012; e perche sono i circoli come i quadrati del diametro, prendasi il quadrato del diametro 226, cioè 51076, e facciasi, come il circolo 40115 al circolo 433012, così il quadrato 51076 al quadro 551328: la cui radice quadrata 742 ✠ è la quantità del diametro del circolo, che dourà prendersi dal punto A, e verrà à cadere tra'l quadrato, & il Triangolo, e si potrà segnare ò con la figura circolare ⊖, ouero con le lettere Dia; acciò s'intenda quello esser il diametro del circolo, la cui area è di parti 433012, vguale al Triangolo equilatero, li cui lati sono vguali alla linea AN di parti 1000. Così con vna tal diuisione segnata per il circolo, si potrà immediatamente quadrare il circolo, essendoui il quadrato vguale al dato Triangolo, al qual è vguale il Circolo del diametro notato.

Quindi è manifesto, che dato qualunque lato di triangolo, à cui si desidera altra figura regolare vguale, gl'interualli dell'apertura dello Stromento saranno nella stessa proportione, in cui sono diuisi i lati dello stesso Stromento, come più volte di sopra s'è detto.

QVE-

QVESTIONE PRIMA.

Data vna figura regolare, trasformarla in vn' altra vguale di più, ò meno lati.

HAbbiasi per cagione d'essempio vna lastra d'argento quadrata, e vogliasi farne vn'altra d'vgual grossezza, mà di figura essagona, si cerca la grandezza del lato dell'essagona. Nella linea trasformatoria, ò d'vguaglianza, comunque chiamar la vogliamo, s'applichi all'interuallo del quadrato il lato dato; e ritenuta quell'apertura, prendasi nella stessa linea l'interuallo 6. 6, e questo riuscirà il lato cercato dell'essagono.

Mà se fosse la lastra così grande, che non capisce il lato del quadrato ne gl'interualli dello Stromento, e si volesse sapere in numeri di quanti deti sarà la lunghezza del lato trouato dell'essagono, così può operarsi. Allargato lo Stromento à qualsiuoglia apertura, prendasi con due Compassi gl'interualli corrispondenti al quadrato, & all'essagono nella linea trasformatoria. Dipoi nella linea Aritmetica si vegga con l'applicatione de'due Compassi, che proportione habbiano tra di loro que' due lati; e trouando che il lato del quadrato à quello dell'essagono vguale è come 100 à 62, con la regola del trè dico, se 100 danno 62, il lato d'vna lastra quadrata di deti 20, mi darà in vna lastra vguale essagona, il lato di deti 12 $\frac{2}{5}$.

Che se non si potesse prendere precisamente in denominatione di misura conosciuta di palmi, deti, &c. il lato del quadrato, e nondimeno fosse assai grande, prendo la metà, ò al-

tra parte aliquota di detto lato, e l'applico all'interuallo del quadrato nella linea trasformatoria, e poi prendo il lato della figura, che si desidera, nell'interuallo della stessa linea trasformatoria; perche moltiplicando questa tante volte, in quante parti fù diuiso l'altro lato della figura data, s'haurà il lato cercato. La ragione di ciò è manifesta; perche i lati delle figure simili sono nella proportione subduplicata nelle stesse figure, dunque presa la metà del lato dato, questa è lato d'vn quadrato subquadruplo del primo: Dunque il lato dell'altra figura trouato (essendo al quadrato di quella metà vguale l'essagono di questo lato trouato) è lato d'vn'essagono subquadruplo al dato quadrato. Ora raddoppiato il lato trouato sarà lato d'vn'altro essagono quadruplo di questo; Dunque l'essagono della linea doppia del lato trouato è vguale al quadrato dato.

QVESTIONE SECONDA.

Data vna figura regolare trouarne vn'altra regolare diuersa, à cui habbia la data Proportione.

QVesta operatione è facile adoprandosi la linea trasformatoria, e la linea Geometrica: poiche prima nella trasformatoria si troua l'vguale, poi nella Geometrica si troua quella, che hà la data proportione. Sia dato vn triangolo, e si desidera vn'ottangolo, che contenga tre volte, e mezza detto triangolo, cioè che sia al triangolo, come 7 à 2. Pongo dunque nella linea trasformatoria il lato dato del triangolo all'interuallo proprio: quindi prendo nella stessa linea l'interuallo 8.8, e questo è l'ottangolo vguale al triangolo dato.

Con-

Conuien dunque trouare vn'ottangolo, che à questo stesso ottangolo sia come 7 à 2: perciò il lato trouato dell'ottangolo vguale applico nella linea Geometrica all'interuallo 2. 2: e preso nella stessa linea Geometrica l'interuallo 7.7, questo sarà il lato dell'ottangolo, che è come 7, in riguardo del primo ottangolo, cioè del triangolo dato, che è come 2.

Che se desideri conoscer in numeri il lato di questo ottangolo, che è al triangolo dato, come 7 à 2: si troua con l'applicatione de' lati del triangolo, & ottangolo vguali nella linea Aritmetica, che sono come 100 à quasi 30: dipoi i lati de gl'ottangoli, che sono come 2 à 7, applicati similmente alla linea Aritmetica, trouo che sono come 30 à 56, onde raccolgo, che il lato del triangolo dato al lato d'vn'ottangolo, che lo contiene trè volte, e mezza è come 100 à 56.

QVESTIONE TERZA.

Date due figure regolari diuerse, conoscere, che proportione habbiano tra di loro.

SIano date due figure diuerse regolari, per essempio vn pentagono, & vn triangolo: applico nella linea trasformatoria il lato della figura, che hà meno angoli, cioè il lato del triangolo, & à questa appertura all'interuallo 5. 5. nella stessa trasformatoria prendo il lato del pentagono vguale. Poscia questo lato d'vn pentagono vguale al triangolo dato, & il lato del pentagono dato, applico nella linea Geometrica, come si disse nel Capo 3. Quest. 4. e così trouata la proportione de' pentagoni di questi due lati, si fà manifesta la proportione del pentagono, e triangolo dati.

La

La ragione di questa operatione è manifesta dalle cose più volte dette, e dalla costruttione dello Stromento nella diuisione di queste linee, delle quali ci seruiamo.

QVESTIONE QVARTA.

Data l'area d'vn poligono regolare, trouar il suo lato.

Essendoche ogni area s'intende composta di quadretti di determinata misura, data l'area, deue esser dato il lato di ciascun quadretto. Ora suppongasi data l'area d'vn pentagono di 400 palmi quadrati, e cerchisi quanto grande sia il lato del detto pentagono. Trouisi il lato d'vn quadrato di 400 palmi, cauando dal dato numero la radice quadrata, che è 20, & in vn piano si descriua vna linea, che si supponga di 20 particelle, ciascuna delle quali se ben piccola rappresenti vn palmo. Questa linea s'applichi nella linea trasformatoria all'interuallo proprio del quadrato, & à quella apertura dello Stromento si prenda l'interuallo 5.5, del pentagono. Il che fatto, questi due interualli del quadrato, e del pentagono s'applichino nella linea Aritmetica, e si trouerà, che se il lato del quadrato 400, è 20, il lato del pentagono di 400 palmi è $15\frac{1}{4}$.

Sì che data qualsiuoglia area si caua la radice quadrata; e posta vna linea di tante misure s'applica nella trasformatoria all'interuallo del quadrato; poiche l'interuallo corrispondente alla denominatione del poligono dato, sarà il lato della figura, la cui area è vguale al quadrato della linea supposta, cioè all'area data.

QVE-

QVESTIONE QVINTA.

Dati due poligoni regolari diuersi vguali, trouare la porportione de' circoli, ne' quali essi si descriuono.

E' Manifesto, che li poligoni vguali diuersi non si puonno descriuere nello stesso circolo; dunque il poligono di più lati si descriue in vn circolo minore, che quello di meno lati, ma vguale d'area. Cerchisi dunque la proportione de' circoli.

Il che si fà trouando la proportione de' semidiametri. E sia per essempio vn triangolo, & vn'eptagono vguali.

Primieramente applico nella linea de' poligoni il lato del triangolo all'interuallo 3. 3, e prendo l'interuallo 6.6, e questo è il semidiametro del circolo, in cui si descriue il dato triangolo. Similmente nella stessa linea de' poligoni applico il lato dell'eptagono all'interuallo 7.7, e con quell'apertura prendo l'interuallo 6. 6, il quale sarà il semidiametro del circolo, in cui si descriue il dato eptagono. Presi dipoi questi due semidiametri, s'applicano nella linea Geometrica, & in quella si troua la proportione de' circoli, come s'è detto nella Quest. 4. del Cap. 3.

QVESTIONE SESTA.

Data vna figura regolare far vn circolo à lei vguale, e dato vn circolo far vn quadrato vguale.

SE non fosse nella linea segnato anche il diametro del circolo vguale à ciascuna delle figure notate nella linea

trasformatoria; è facile il trouarsi in questo modo. Data la figura, si trasformi in quadrato: il lato di questo quadrato nella linea Geometrica s'applichi all'interuallo 11.11; prendasi nella stessa linea Geometrica l'interuallo 14.14, e questo è il diametro del circolo, che si cerca; la ragione è manifesta, perche per le cose dimostrate da Archim. il quadrato del diametro è al circolo, come 14, à 11; il quadrato di quest'vltima linea è al quadrato posto all'interuallo 11. 11, cioè al poligono dato, come 14 à 11, dunque il dato poligono, & il circolo del diametro vltimamente trouato sono tra di se vguali per la 7. del 5.

Quindi dato vn circolo, sarà facilissimo il quadrarlo: perche applicato il diametro dato alli punti 14.14: prendasi l'interuallo 11.11, e questa linea darà vn quadrato vguale al circolo dato; essendoche il circolo al quadrato del suo diametro è come 11 à 14.

QVESTIONE SETTIMA.

Date due figure regolari dissimili, e disuguali, farne vna vguale à tutte due, e dissomigliante.

QVesta operatione si fà con ridurre le due dissimili à somiglianza, e poi vnirle in vna simile, e finalmente trouare vna dissimile. Sia dato vn pentagono, & vn quadrato disuguali, e si voglia far vn triangolo vguale alla somma del pentagono, e del quadrato. Prima riducasi il pentagono in quadrato, in questo modo. Nella linea trasformatoria s'applichi il lato del pentagono dato all'interuallo 5. 5, e poi prendasi l'interuallo de' quadrati, □ □ che sarà il lato

to del quadrato, vguale al dato pentagono. Di poi hauendosi già questo lato d'vn quadrato, & il lato del quadrato dato, s'applichino tutti due nelle linee Geometriche, per trouar la lor proportione, e si faccia vn quadrato vguale à tutti due, come s'è detto nel Cap. 3. Quest. 5. e sarà questo quadrato vguale al pentagono, & al quadrato dati. Finalmente il lato di questo quadrato nelle linee trasformatorie s'applichi all'interuallo proprio de' quadrati, e con quella apertura s'haurà all'interuallo △ △ proprio de' triangoli il lato del triangolo vguale al dato quadrato, e per conseguenza alle due figure date dissimili, e disuguali.

E se fossero molte le figure date da vnirsi, si continui l'operatione nello stesso modo; come se oltre il pentagono, e quadrato dati vi fosse anche vn triangolo, e poi tutti insieme hauessero à far' vn'ottangolo; trouato il triangolo vguale al pentagono, & al quadrato dati, così il lato di questo, come del dato triangolo s'applichino nelle linee Geometriche, e si troui vn triangolo eguale à tutti due; e finalmente il lato di tal triangolo vguale à tutte trè le figure date s'applichi nelle linee trasformatorie all'interuallo del triangolo, poiche ritenuta quell'apertura di Stromento, l'interuallo 8. 8, darà il lato dell'ottangolo vguale alle trè figure date.

QVESTIONE OTTAVA.

Dati due poligoni regolari dissimili, e disuguali, trouar' vn' altra figura dissimile, che sia vguale alla loro differenza.

Sia dato nello stesso circolo vn triangolo, & vn quadrato, li quali necessariamente sono disuguali, e si voglia far

vn'essagono vguale alla differenza tra il triangolo, e quadrato dati. Nelle linee trasformatorie applicato il lato del triangolo dato, si troui il lato d'vn quadrato à lui vguale; Dipoi questo lato trouato, & il lato dato del quadrato, s'applichino nelle linee Geometriche, e trouata la loro proportione si troui il lato del quadrato vguale alla loro differenza, per quel che s'è detto nel Cap. 3. Quest. 6. Finalmente questo lato del quadrato vltimamente trouato s'applichi nelle linee trasformatorie all'interuallo de'quadrati, poiche nelle stesse linee l'interuallo 6. 6. darà il lato dell'essagono vguale à quel quadrato, che è la differenza de' due quadrati applicati, cioè del triangolo, e del quadrato dati.

In tutte queste operationi se le linee, che sono lati delle figure date, fossero troppo grandi, si prendano le parti aliquote, ricordandosi poi di moltiplicare l'vltima linea trouata secondo la denominatione della parte aliquota presa; come se si prese il terzo della linea, quella trouata sarà solamente il terzo di quella, che si cerca, e così dourà triplicarsi: se si prese il quarto, questa dourà quadruplicarsi, e così dell'altre.

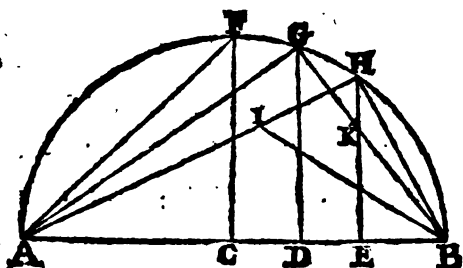
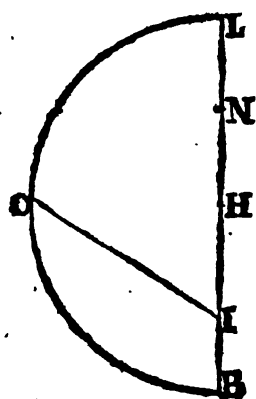
CAPO IX.

In qual maniera habbia à segnarsi la linea de' corpi regolari, & vso di questa linea.

Corpi regolari si chiamano quelli, che hanno le loro superficie piane, dalle quali sono compresi, simili, & vguali: E perche ogni angolo solido è fatto almeno da trè superficie, ne può essere se non minore di quattro angoli retti,

ti, perciò niun corpo regolare può hauere l'angolo solido fatto, ò da sei triangoli equilateri, ò da quattro quadrati, perche questi insieme fanno quattro angoli retti, e non saria angolo, mà vn piano: quattro pentagoni vguali farebbono più di quattro retti; tre essagoni fariano giustamente quattro retti, e tre eptagoni ò di più lati fariano più di quattro retti; onde consta, che l'angolo solido non può esser fatto, che ò da tre, quattro, e cinque triangoli equilateri, ò da tre quadrati, ò da tre pentagoni equilateri; e per conseguenza solo cinque corpi regolari sono possibili. Ora se di trè triangoli equilateri si faccia vn'angolo solido, tutto il corpo haurà quattro faccie, e si chiama tetraedro, che vuol dire di quattro faccie, ouero piramide; se si faccia vn'angolo solido di quattro triangoli equilateri si forma l'octaedro, cioè d'otto faccie; se di cinque triangoli equilateri, si formi l'angolo solido, ne viene l'icosaedro di venti faccie. Dipoi l'angolo solido si fà di trè quadrati, e se ne forma il cubo, ouero exaedro di sei faccie: e finalmente di tre pentagoni equilateri si fà l'angolo solido del dodecaedro di dodici faccie.

Per trouar dunque i lati di questi cinque corpi regolari contenuti in vna medesima sfera, ci seruiremo del modo dato da Euclide nell'vltima propositione del lib. 13. Si tiri nello Stromento la linea, che deue à questo effetto seruire, e sia la linea AP, ouero AM. A questa linea se ne tiri in vn piano vna vguale, e sia la linea AB, la quale diuidasi in modo, che BC sia la metà, BD la terza parte, BE la quinta parte. E dal centro C si descriua il semicircolo AFB. S'alzino poi le perpendicolari CF, DG, EH, e si tirino le linee AF, che è lato dell'octaedro, AG, che è lato della piramide ò ouero tetraedro BG, che è lato del cubo. E questa linea BG si ta-

gli nell'estrema, e media ragione, cioè in modo, che il quadrato del segmento maggiore sia vgual'al rettangolo fatto da tutta, e dal segmento minore, come s'insegna nella 30 del libro 6, ouero nell' 11. del lib. 2; e sia il segmento maggiore BK, che è lato del dodecaedro. Finalmente della linea BH, come di semidiametro si formi il semicircolo BOL; diuidasi l'arco per metà in O, & il semidiametro HL per metà in N: prendasi l'interuallo NO; & à questo sia vguale NI: e così sarà HI lato del decagono, & IO lato del pentagono; e si trasferiscano nell'altra figura in modo, che BI sia vguale à IO, & IH sia il lato del decagono nel circolo BOL, sarà dunque BI lato dell' icosaedro.

Trouate queste misure, si trasferiscono sopra lo Stromento, in cui AP è diametro della sfera, A4 vguale ad AG, A8 vguale ad AF, A6 vguale à BG, A 20 vguale à BI, A 12 vguale à BK; & in tal maniera sono segnati i lati de'corpi regolari, che puonno descriuersi nella stessa sfera.

E perche se bene tutte queste linee sono tra di loro incommensurabili di longhezza, nondimeno li lati del tetraedro, octaedro, e cubo sono col diametro della sfera commensurabili di potenza (gl'altri due lati del dodecaedro, & icosaedro son'affatto irrationali) e sono i loro quadrati in questa propor-

portione, cioè del diametro della sfera, come 6, del lato della piramide, come 4, del lato dell'octaedro, come 3, del lato del cubo, come 2, come si vede appresso il Clauio nella dimostratione della sudetta prop. vlt. del lib. 13. perciò si potrà prouare con la linea Geometrica dello Stromento, se tali lati da noi trouati nel primo modo applicati in essa corrispondano giustamente alli numeri di 6. 4. 3. 2. acciò siamo sicuri, che l'operatione fù giusta.

Quindi si potrà in numeri determinare la quantità di queste linee in proportione al diametro della sfera, quale mettiamo essere di particelle 2000. Dunque il suo quadrato 4000000, che è al quadrato del lato della Piramide come 6 à 4, darà 2666666 quadrato, la cui radice 1633-- è il lato della Piramide. Similmente come 6 à 3, così il quadrato 4000000 al quadrato 2000000, la cui radice 1414 ✠ è il lato dell'octaedro. E come 6 à 2, così il quadrato 4000000 al quadrato 1333333, la cui radice 1154 ✠ è il lato del Cubo.

Mà per i lati delli altri due corpi regolari si richiede maggior industria, poiche il lato del Cubo 1154 deue diuidersi nella media, & estrema ragione, cioè come 1000 à 618. prossimamente, & il segmento maggiore 713 sarà il lato del dodecaedro, come si hà dal primo corollario della prop. 17. del lib. 13. d'Euclide. E per trouar il lato dell'Icosaedro, primieramente deue trouarsi il raggio di quel circolo, che comprende le cinque basi delli cinque triangoli, che costituiscono l'angolo solido di questo corpo: Ora per il primo corollario della prop 16. del lib. 13. il quadrato di quel raggio è la quinta parte del quadrato del diametro della sfera; onde sarà 800000 il quadrato, e la sua radice 894 ✠ è il raggio di det-

to circolo. Dipoi essendo noto questo circolo, deue trouarsi il lato del Pentagono compreso in questo circolo; poiche questo è il lato cercato dell'Icosaedro, essendo base d'vno delli cinque triangoli equilateri, che fanno l'angolo solido. Per trouar questo lato del Pentagono (il cui quadrato per la 10 del 13. è vguale alli quadrati del Raggio, e del Decagono nell'istesso circolo) bisogna trouar il lato del Decagono posto il Raggio 894, cioè tagliar il Raggio nella estrema, e media ragione, essendoche il segmento maggiore è il lato del Decagono per il corollario della 9. del 13. Quindi sarà il lato del Decagono 552. il cui quadrato 304704 aggionto al quadrato del Raggio, che è 800000 dà 1104704 quadrato del lato del Pentagono; e perciò sarà la sua radice 1051. il lato cercato dell'Icosaedro.

Diuisioni della linea per i corpi regolari inscritti nella medesima sfera.

Diametro della sfera.	2000
Piramide.	1633 —
Octaedro.	1414 +
Cubo.	1154 +
Icosaedro.	1051
Dodecaedro.	713 +

QVESTIONE PRIMA.

Conosciuto il diametro d'vna sfera, come si possa formar vn cubo, ò altro solido regolare, che capisca in essa.

QVelli, che si dilettano dentro sfere di vetro formare di piccole regolette tessute insieme varie figure, come se fossero linee, hauranno l'vso di questo problema. Il diametro della sfera dato s'applichi all' interuallo vltimo della linea de' corpi regolari; e di poi preso l'interuallo del cubo, se si desidera formare vn cubo, ò di qualunque altro solido, che voglia formarsi, cioè l'interuallo 6. 6, in quella stessa linea, e s'haurà il lato del cubo. Se si volesse formar vna piramide, prendasi l'interuallo 4. 4, in quella linea de' corpi regolari.

QVESTIONE SECONDA.

Data vna piramide trouar la sfera, che contenga vn'altra piramide in data proportione.

SIa data vna piramide, e si desideri vna sfera, che contenga vna piramide, che alla data sia come 9, à 8. Trouisi il lato della piramide, che sia come 9 à 8, rispetto della piramide data: e perche i solidi simili sono nella triplicata proportione de' lati Homologi, cioè, come i cubi de' lati, il lato della piramide data s'applichi nella linea cubica dello Strumento all' interuallo 8. 8; e preso l'interuallo 9. 9, sarà lato della piramide, che alla prima sarà come 9 à 8. Questo lato

troua-

trouato s'applichi nella linea de' corpi regolari all'interuallo 4. 4, proprio del tetraedro, e l'interuallo estremo darà il diametro della sfera, che contiene vna piramide, che è sesquiottaua della piramide data.

QVESTIONE TERZA.

Dato il diametro della sfera trouar la proportione de' corpi regolari inscritti.

SIa data vna sfera, il cui diametro è noto, e si cerchi la proportione di detta sfera à ciascuno de' corpi regolari inscritti. Ogni sfera è vguale al cono, la cui base è vguale alla superficie sferica, e l'altezza vguale al raggio, come dimostra Archimede nel lib. 1. de Spher. Cyl. dunque dato il diametro si troua la circonferenza del massimo circolo, e questa moltiplicata per il sudetto diametro dà la superficie sferica, base del cono, e questa poi moltiplicata per la terza parte del raggio, cioè il sesto del diametro dà la solidità del cono vguale alla sfera; perche se la base si moltiplicasse per tutta l'altezza, saria la solidità del cilindro di base, & altezza vguale; dunque essendo il cono la terza parte di tal cilindro, per la 10. del lib. 12. è manifesto, che si deue moltipliar solo per la terza parte dell'altezza. Per trouar poi la solidità d'vn corpo regolare inscritto; Primo, si troua il lato di detto corpo, applicando il diametro della sfera all'estremità della linea de' corpi regolari, e con vn'altro Compasso si prenda l'interuallo competente al corpo, che si cerca: e questi due interualli applicati nella linea Aritmetica, danno in numeri homologi al diametro della sfera, il lato del corpo, per essempio dell'

ico-

icosaedro, che consta di 20 faccie triangolari equilatere. Secondo trouato il lato del triangolo equilatero si cerchi la sua area, trouando la perpendicolare, che da vn'angolo cade nel mezzo del lato opposto: il che si fà nella linea Geometrica, applicando il lato del triangolo, e la metà di detto lato, à due numeri, de'quali necessariamente vno è quadruplo dell'altro, per essempio 48, e 12, e presa la differenza 36 piglio l'interuallo 36. 36, & applico nella linea Aritmetica il lato del triangolo al suo numero competente trouato nella prima operatione, e poi veggo qual interuallo comprenda quella distanza vltimamente presa, che è il lato d'vn quadrato, a cui il quadrato del lato del triangolo è come 4 à 3, e questo moltiplicato per la metà del lato del triangolo dà l'area del triangolo. Terzo, perche il corpo iscritto nella sfera è vguale à tante piramidi, che hanno la cima nel centro della sfera tra di loro vguali, per hauer le basi, e gl'assi vguali, conuien trouare la perpendicolare, che dal centro della sfera cade nel piano del triangolo. Ora se il piano del triangolo s'intenda prolongato per ogni parte, taglia la sfera, e fà vn circolo, in cui è iscritto detto triangolo. Prendasi dunque il lato del triangolo, e nella linea de'poligoni s'applichi all'interuallo proprio del triangolo, e con vn'altro compasso si prenda il raggio del suo circolo, cioè il lato dell'essagono: e nella linea Aritmetica applicato il lato del triangolo al numero, che gli compete già trouato, veggasi à qual numero cada il raggio del circolo. Cadendo dunque dal centro della sfera la perpendicolare nel centro di tal circolo, è noto il raggio del circolo, & è noto il raggio della sfera opposto all'angolo retto, dunque applicati questi due raggi alla linea Geometrica, si troua la proportione de' loro quadrati, & alla differenza di

tali quadrati applicato il Compasso, si troui poi nella linea Aritmetica la sua quantità in parti homologhe al raggio della sfera, e per conseguenza al lato del corpo, che si cerca. E questa è l'altezza della piramide triangolare. Quarto, perche la piramide per la 7. del 12 è la terza parte del prisma, che hà l'istessa base, e la istessa altezza, si moltiplichi l'area trouata del triangolo per la terza parte di questa altezza trouata, e sarà la solidità della piramide. Finalmente questa solidità trouata si moltiplichi per il numero delle faccie del corpo regolare, che si cerca, e s'haurà tutta la solidità di detto corpo; e per conseguenza la proportione, che hà alla sfera.

Ciò che s'è detto de'corpi, le cui faccie sono triangolari, si deue proportionatamente intendere del dodecaedro, le cui faccie sono pentagone: perche trouato il lato del dodecaedro, che è il lato del pentagono, si troua il raggio del circolo, in cui capisce detto pentagono; e diuiso per metà il lato del pentagono in esso cade la perpendicolare dal centro, la quale può il quadrato, che è differenza trà il quadrato del raggio trouato del circolo, & il quadrato della metà del lato del pentagono: e così si troua l'area d'vno de'cinque triangoli isosceli, ne'quali si diuide il pentagono; onde si vien à conoscere l'area di detto pentagono. Poi dal quadrato del raggio della sfera leuato il quadrato del raggio di detto circolo, resta il quadrato della linea, che dal centro della sfera cade perpendicolarmente nel piano pentagonico, & è l'altezza della piramide, che è la duodecima parte dell'octaedro: come è manifesto.

Quanto poi al cubo è manifesto, ch'egli è alla sfera dello stesso diametro con il lato del cubo, come 21 à 11, come s'osseruò nel Cap. 5. Quest. 2. Mà il cubo inscritto nella sfera è

sale, che il suo lato è di potenza subtripla alla potenza del diametro della sfera, per la 15. del lib. 13. Dunque prendasi la terza parte del quadrato del diametro della sfera, e di questa prendasi la radice quadrata: la quale moltiplicata nel suo quadrato darà la solidità del cubo inscritto. Così posto il diametro della sfera esser 2000, il suo quadrato è 4000000 di cui la terza parte è 1333333$\frac{1}{3}$; e la radice quasi 1154$\frac{1}{2}$ è lato del cubo, che moltiplicato per il suo quadrato, dà la solidità 1537999990, doue che il cubo circoscritto vien'ad essere 8000000000.

QVESTIONE QVARTA.

Data vna sfera trouar i lati de' corpi ordinati circoscritti.

LI corpi circoscritti alla sfera hanno i loro piani, che toccano la sfera; e perciò l'altezza delle piramidi, che hanno per base tali piani, è vguale al raggio della sfera data. Ora perche il corpo inscritto, & il circoscritto sono simili, hanno anche i lati homologi, e li piani sono simili: e per conseguenza le piramidi, nelle quali si risoluono, hauendo trà di loro la proportione de' suoi tutti, per la 15. del 5. hanno la proportione triplicata de' lati homologi. Mà perche le piramidi hanno le basi simili, queste basi hanno la proportione duplicata de' lati homologi; e perche le piramidi hanno trà di se la proportione composta della proportione delle basi, e delle altezze, essendo le basi nella duplicata proportione de' lati, seguita, che le altezze habbiano la stessa proportione de' lati. Ora essendo data la sfera, & il suo raggio, habbiamo l'altezza della piramide maggiore, che è parte del corpo circoscrit-

to. Nello Stromento data la sfera habbiamo il lato del corpo inscritto. Dunque nel modo detto nella Questione precedente, si troui la perpendicolare, che dal centro della sfera cade sul piano del corpo inscritto. E poi facciasi, come la perpendicolare trouata, al lato del corpo inscritto, così il semidiametro della sfera al lato del corpo circoscritto, che si cerca.

Di quì è manifesto, che hauendo le piramidi sudette la proportione triplicata de'lati delle basi, cioè la triplicata dell'altezze, anche il corpo inscritto, & il circoscritto hanno la proportione triplicata della perpendicolare dal centro della sfera sù la faccia del corpo inscritto, al semidiametro della stessa sfera; e così conosciuta detta perpendicolare, & il raggio della sfera, e presi i loro cubi, questi daranno la proportione del corpo inscritto, al circoscritto, nella stessa sfera.

QVESTIONE QVINTA.

Come dato vn corpo regolare si trasformi in vn'altro, che gli sia vguale.

Sia dato vn' icosaedro, e si voglia far'vna piramide à lui vguale. Come s'è detto nella Quest. 3. si troui la proportione dell'icosaedro, e della piramide inscritti nella stessa sfera. Dipoi nella linea delli corpi regolari applicato il lato dato dell'icosaedro all'interuallo 20. 20, si prenda il lato della piramide nella stessa sfera all'interuallo 4.4. E finalmente nelle linee cubiche s'applichi questo lato della piramide all'interuallo d'vn numero, à cui sia vn'altro numero di dette linee nella proportione, che si trouò essere l'icosaedro alla pira-

piramide; perche l'interuallo di quell'altro numero darà il lato della piramide, che alla piramide inscritta nella stessa sfera con l'icosaedro hà la proportione, che l'istesso icosaedro hà alla piramide seco inscritta; Dunque per la 7. del 5. la piramide di quest'vltimo lato trouato è vgualle all'icosaedro dato.

Da ciò, che quì si è detto, potranno ad imitatione della linea Trasformatoria de'Poligoni trouarsi i lati di tutti i cinque corpi regolari, & il diametro della sfera, i quali corpi siano tra di se vguali; onde si potriano segnare nella stessa linea de' corpi regolari, mà tirata (non così à trauerso, come per più distintione si è fatto nella figura posta alla pag. 164.) per il lungo de' lati dello Stromento come l'altre linee, acciò così rimanendo le distanze delle misure notate alquanto maggiori, vi si possano con distintione segnar i punti, che corrispondono alli lati de'corpi, che si vguagliano. Nel che si deuono auuertire due cose: la prima è, che questi punti notati per l'vguaglianza sudetta non si notino con i numeri, come si son notati li corpi inscritti nella stessa sferà, mà con la lettera capitale de' loro nomi; cioè il Dodecaedro col D, l'Icosaedro con l'I, il Cubo col C, la Sfera con S, l'Ottaedro con l'O, e la Piramide con P. La seconda è, che crescendo i lati con l'ordine, con cui quì si sono annouerati, conuiene auuertire, che il maggior lato di tutti è quello della Piramide, ò Tetraedro: e così questo deue mettersi nel fine della linea, ò più à basso, ò alquanto più sopra del punto, doue è notato il diametro della sfera per li corpi inscritti: altrimenti se à ciò non si hauesse il douuto riguardo, correrebbe pericolo, che non vi fosse luogo per il lato della Piramide, che douria essere più lungo di tutta la linea tirata sul lato dello

Stro-

Stromento. Perciò auuertasi di metter il diametro della Sfera notato con la lettera S, come si è detto, circa li trè quinti di tutta la linea AP, ouero altra più lunga tirata sul lato dello Stromento; perche in tal modo vi sarà luogo per il lato della Piramide: essendo, che li lati de'corpi vguagliati sono prossimamente nella proportione, che quì metto per facilità degli artefici, che volessero valersi delli numeri per far la sudetta diuisione, per trasformar vn corpo in vn'altro vguale.

Lati de' corpi vguagliati.	
Piramide	100.
Octaedro	63 —
Sfera	61 —
Cubo	49.
Icosaedro	37.
Dodecaedro	24 ✠

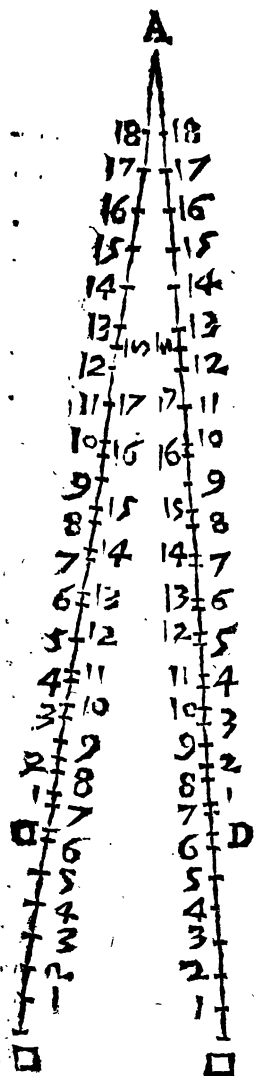
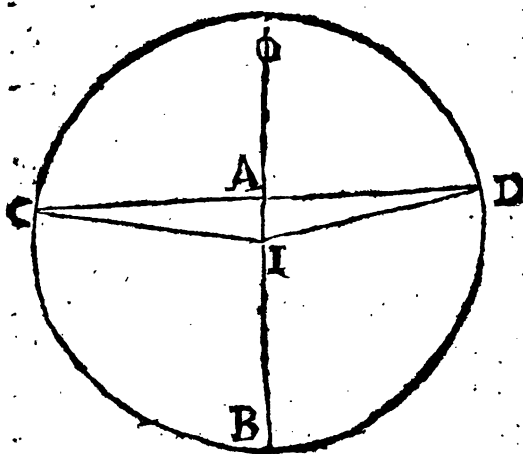
CAPO X.

Come si possa diuidere vna linea, che serua per quadrare tutti i Segmenti del Circolo, e figure inscritte: & vso di questa linea Quadratrice.

ESsendosi questo opuscolo stampato alcuni anni sono, ecco mi capitan' in mano le Operationi del Compasso Geometrico del Galilei; & all'Operat. 31. trouo vsarsi da lui certe linee, che chiama Aggiunte, e seruono à riquadrare i Segmenti del Circolo, e per conseguenza anche le figure inscritte al Circolo benche Trapezie, cioè à ritrouar vna linea, che fatta lato d'vn quadrato, darà vn'area vguale al proposto Segmento, ouero alla figura rettilinea, ò mista, che sia di linee rette, e di curue circolari. Mi pare vtile questa linea, perciò in questa seconda impressione aggiongo quì la sua descrittione, & vso, à fine che chi hauesse alcuno Stromento formato à somiglianza di quello del Galilei, sappia valersene, & intenda come sia fatta la diuisione di tal linea, la quale io chiamo Quadratrice; essendo che dà li lati de' quadrati vguali alli Segmenti di circolo proposti.

Primieramente è necessario determinare la lunghezza della linea da tirarsi sul lato dello Stromento; e questo si farà trouando la linea, il cui quadrato sia vguale al semicircolo, che si suppone esser il maggior delli segmenti, che si notano nella linea. L'area dunque del semicircolo è vguale al rettangolo fatto dal Raggio, e dalla quarta parte della circonferenza: perciò inteso il diametro essere 200000; la circonferenza è 628318; e la quarta parte 157079 moltiplicata per il Raggio

gio 100000. darà l'area 15707900000: la radice quadrata di queſto numero è 125331 di quelle parti, delle quali il Raggio è 100000. Dal che ſi vede, che tutta la linea tirata dal centro deue in maniera diuiderſi, che delle cinque parti di tutta; le quattro parti cominciando dal centro ſi diano al Raggio, e tutta ſarà il lato del quadrato vguale al ſemicircolo: Perciò prendaſi A⌓ 100, & A□ 125; perche poi sì come l'interuallo ⌓ ⌓ ſarà il Raggio, così l'interuallo □ □ ſarà il lato del quadrato vguale al ſemicircolo di quel Raggio.

Fatto queſto, ſi deue determinare in quante parti vguali ſi vuole diuidere l'altezza del ſemicircolo, la qual è vguale al Raggio, per hauer con ciò le diuerſe altezze di varj ſegmenti. Eſſendoche l'iſteſſa linea A⌓, che ſi è poſta raggio d'vn ſemicircolo, può in vn'altro circolo maggiore eſſere la metà della corda d'vn arco minore del ſemicircolo, e perciò l'altezza del ſegmento ſarà minore di A□. Il Galilei la diuiſe in 20 parti vguali, onde non ne ſegnò ſe non 18, perche l'vltime due cadeuano nel gruppo dello Stromento. Vero è, che ſe la linea foſſe aſſai lunga, ſi potria la parte A⌓ diuidere in maggior numero di parti; mà auuertaſi che poſſano eſſer i punti ſenza confuſione. Qui per chiarezza maggiore ſi è fatta

ta la diuisione in 20 parti, e dal modo, che in queste si adoprarà, sarà manifesto ciò, che douria pratticarsi in qualunque altra diuisione. Solo auuertasi, che il segno ⌓, e li numeri si mettono dalla parte di fuori della linea, perche nell'istessa linea si deuono far le altre diuisioni, che seruano per i lati de' quadrati corrispondenti, & i numeri si metteranno dalla parte di dentro.

Ora per intender il modo da tenersi in trouare l'aree di ciascun segmento, la metà della cui corda sia vguale al Raggio A⌓ dello Stromento, e le altezze siano differenti ciascuna per vna ò più ventesime parti del Raggio di che manchino; Considerisi la presente figura, nella quale CD è corda del segmento CODA, e la medesima linea era diametro del circolo minore già statuito, e così la metà della corda sudetta AD è 100000. Sia altezza del segmento la perpendicolare OA, la quale s'intenda prolongata fin alla circonferenza in B; e perciò OB è diametro del circolo, essendo che passa per il centro, come quella, che taglia CD per mezzo ad angoli retti; come si caua dalla terza del libro terzo. Dunque DA è media proportionale tra OA, & AB per la 13. del lib. sesto, e così essendo nota la prima OA altezza del segmento, e la

seconda, AD metà della corda, si verrà in cognitione della terza AB. Sia dunque OA 19 di quelle parti delle quali ne sono 20 in AD: si che diuiso il quadrato di AD 10000000000. per OA 95000, il quotiente darà AB 105263; à cui aggionto AO 95000, tutto il diametro OB è noto 200263; e questo diuiso per mezzo dà il Raggio OI 100131 dal qual Raggio leuata l'altezza del segmento OA 95000, rimane AI 5131 altezza perpendicolare del triangolo CID, che dourà leuarsi dal settore ICOD, per hauere la quantità del segmẽto dato. Dũque il triangolo CID sarà 513100000, vguale al rettangolo fatto dal perpendicolo IA, e da AD metà della base CD.

Ora perche il Settore si fà dal Raggio, e dalla metà dell' arco, perciò conuien inuestigare la metà dell'arco COD, cioè l'arco OD, che è misura dell'angolo OID. Mà perche nel triangolo rettangolo DAI è noto il lato DA 100000, & il lato AI 5131, prendasi questo numero come Tangente dell' Angolo ADI, e nella tauola delle Tangenti si troua corrispondere à gr. 2. 56' $\frac{1}{4}$; perilche si notifica il suo complemento quantità dell'angolo DIA, e dell'arco OD gr. 87. 3' $\frac{3}{4}$.

Notificata la quantità dell'arco OD in gradi, resta ridurla à parti simili alle particelle del suo Raggio OI. E perche in ogni circolo la proportione del Raggio alla semicirconferenza è come 100000 à 314159, facciasi il terzo termine dell' analogia il Raggio OI già trouato 100131, e sarà il quarto termine 314570 semicirconferenza del circolo, di cui è Raggio OI. Il che fatto instituiscasi questa seconda analogia: se gr. 180 danno particelle 314570, che daranno gr. 87. 3' $\frac{3}{4}$? e trouaremmo particelle 152151, che sono l'arco OD. Moltiplichisi quest'arco OD trouato per il Raggio IO, e sarà tutta

ta

ta la quantità del Settore ICOD 152350317 81: dal Settore si leua l'area del triangolo CID 513100000, & il residuo 1472193178 1 è la quantità cercata del segmento dato CODA. Questo numero si accorci delle due vltime figure 81, e dal resto si caui la Radice quadrata 121.33. nella quale le due vltime figure 33 si son separate con vn punto, per significare, che di quali 100 parti è la metà della corda del segmento dato, di tali 121, e di più 33 centesime, cioè; deue essere la linea, il cui quadrato sia vguale al dato segmento. E così di tal lunghezza è A1 de' numeri interiori in proportione di A△ come 100.

Con questo metodo si trouano le altre linee quadratrici de' segmenti, che hanno minor altezza: e così nell' annessa Tauoletta nella prima colonna si mettono per ordine li segmenti, come son notate le sue altezze nella linea dello stromento cominciando dalli più alti, e così il primo hà per altezza ^{19}, il secondo ne hà 18 ventesime, e così per ordine, come dimostra la seconda colonna. Il restante è chiaro dal titolo di ciascuna colonna. E finalmente l'vltima colonna contiene le Radici abbreuiate del quadrato vguale all'area del segmento, poiche queste son quelle, che deuono notarsi nella linea Quadratrice dello Stromento; e le due vltime figure separate col punto, dinotano le parti centesime d'vn' intiero; acciò si vegga quel che si deue aggiongere all'intieri: così al numero 6 interiore deue essere A6 parti 100.95, cioè pochissimo meno di parti 101 delle quali A△ è 100.

Dalla construttione di questa linea Quadratrice si rende manifesto il suo vso: essendoche A△ è la metà della corda d'vn segmento: A3, per essempio, de' numeri esteriori è l'altezza del segmento, & A3 de' numeri interiori è la linea, che

Quadratrice de'

Ordine de' Segmenti	Altezza de' Segmenti	Metà dell'Angolo del Settore		In parti	
		Gr.	M.	Perpendico. del Triang.	Raggio del Circolo
1	19	87	$3\frac{3}{4}$	5131	100131
2	18	83	$58\frac{1}{2}$	10555	100555
3	17	80	$43\frac{3}{4}$	16323	101323
4	16	77	$19\frac{1}{6}$	22500	102500
5	15	73	$44\frac{2}{5}$	29166	104166
6	14	69	59.	36428	106428
7	13	66	$2\frac{6}{7}$	44423	109423
8	12	61	$55\frac{2}{3}$	53333	113333
9	11	57	$37\frac{1}{3}$	63409	118409
10	10	53	$7\frac{4}{5}$	75000	125000
11	9	48	$27\frac{1}{3}$	88611	133611
12	8	43	$36\frac{1}{6}$	105000	145000
13	7	38	$34\frac{5}{6}$	125357	160357
14	6	33	24	151666	181666
15	5	28	$4\frac{1}{3}$	187500	212500
16	4	22	$37\frac{5}{6}$	240000	260000
17	3	17	$3\frac{2}{3}$	325833	340833
18	2	11	26	495000	505000

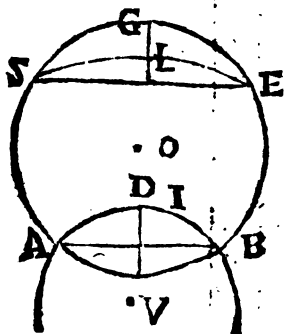
...ali la metà della corda è 100000.

...	Area del Settore	Area del Segmento	Radici quarare abbreuiate.
1	15235031781	14721931781	121.33
7	14819494235	13763994235	117.32
2	14465074126	12832774126	113.28
9	14177697500	11927697500	109.21
2	13964702292	11048102292	105.10
8	13835427144	10192627144	100.95
7	13802288951	9359988951	96.74
	13882499169	8549199169	92.46
8	14100498947	7759598947	88.08
1	14488875000	6988875000	83.59
5	15097374945	6236274945	78.97
6	16000170000	5500170000	74.16
7	17314867789	4779167789	69.13
0	19238429400	4071829400	63.81
4	22124225000	3374225000	58.08
3	26687180000	2687180000	51.83
0	34591141170	2007841170	44.80
7	50892385000	1392385000	37.31

dà vn quadrato vguale à quel ſegmento. Dunque dato qualunque ſegmento di circolo, la metà della ſua corda ſi applichi all'interuallo ⌓ ⌓: poi ritenuta l'apertura medeſima dello Stromento ſi veda à che interuallo delli numeri eſteriori capiſca l'altezza data del ſegmento, e ſia per eſſempio alli punti 3. 3. eſteriori; perciò prendendoſi l'interuallo 3.3. delli numeri interiori ſi haurà la linea, che dà il quadrato vguale al dato ſegmento.

QVESTIONE PRIMA.

Se due Circoli diſuguali ſi tagliano, come ſi troui la quantità dell'area, in cui communicano, e la lunula che reſta.

HAbbiaſi riceuuta ſopra vna carta la ſpecie optica dell' Ecliſſe del Sole, e ſia ADB il termine dell'oſcuratione, e vogliaſi ſapere, quanta ſia la parte del diſco Solare oſcurata, e coperta dalla luna. Tiriſi alli punti A & B, doue le circonferenze ſi tagliano, la corda AB, e queſta diuiſa per mezzo in F ſia tagliata dalla perpendicolare DC: Quindi la metà della corda AB, cioè FB, ſi applichi nelle linee Quadratrici all'interuallo ⌓ ⌓, poi preſa l'altezza FD veggaſi à quall'interuallo de'numeri eſteriori ella capiſca; & alli numeri interiori corriſpondenti ſi haurà la linea del quadrato vguale al ſegmento ADBF.

Similmente preſa la altezza FC, & applicata alli numeri eſteriori, doue capiſce, ſi vedrà qual interuallo debba pigliarſi

pigliarsi de' numeri interiori per hauer la linea del quadrato vguale al segmento ACBF. Hauute queste due linee de' quadrati vguali alli due segmenti, conforme alla Quest. 5. del capo 3. si trouarà il lato d'vn quadrato vguale à tutti due li sudetti quadrati, cioè à tutta la parte oscurata ADBCA. E questo, che si è detto dell'Eclisse del Sole, deue intendersi anche di quello della Luna, che cade nel cono ombroso della Terra, come è manifesto.

Et acciò qualche principiante non stimasse difficile l'hauere queste linee, cioè la corda AB, e le altezze FD, FC, à cagione del moto, che fà la specie optica del Sole, ò della Luna sopra il piano, doue si riceue; sappia che basta notare con vn punto li due termini A e B, che son manifesti, e subito ad arbitrio notare vn punto, per essempio I nel giro dell' ombra, & vn'altro punto arbitrario nel giro dell'imagine lucida, per essempio S. Poiche hauuti questi punti sarà facile con suo agio finire l'imagine circolare, e trouare i centri delli due circoli; essendo che per la 25. del lib. 3. e la quinta del lib. 4. per li tre punti SAB si tira il circolo, il dicui centro si troua O, e per li trè punti AIB similmente si tira il circolo, il dicui centro si troua V. E di questa maniera sarà facile trouare il diametro del circolo, da cui si deue cauare la parte oscurata ADBCA.

Per vedere quanta sia la parte oscurata di tutto il disco luminoso, prendasi il diametro del disco luminoso, e nelle linee Geometriche si applichi all'interuallo 14. 14, e ritenuta quell'apertura dello Stromento prendasi l'interuallo 11. 11. poiche questo è il lato del quadrato vguale à tutto il circolo, il cui diametro si è preso. Di poi ritenuta pure l'istessa apertura, nelle medesime linee si vegga, doue capisca la linea trouata

nata lato del quadrato vguale alla parte oſcurata ADBCA, & il numero corriſpondente à queſto interuallo paragonato con 11, moſtrarà la proportione di detta parte oſcurata al circolo intiero: onde la differenza ſarà la quantità della parte ancora luminoſa: e così ſarà quadrata anche la lunula ASBDA.

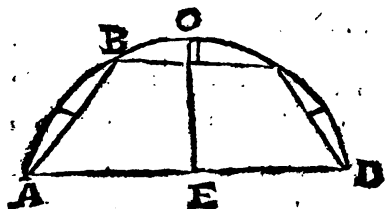
Di quì ſi vede, che ſia meglio compire tutto il cerchio quando ſia data vna lunula, in cui tirata la corda, che vniſca le punte eſtreme, e queſta diuiſa per mezzo da vna perpendicolare, veniſſe l'altezza maggiore della metà della ſudetta corda; perche ſaria ſegno, che il ſegmento ſia maggiore del ſemicircolo: come ſe la lunula data foſſe AGBDA, trouiſi il centro O del circolo eſteriore, e ſi compiſca il circolo con l'aggionta dell'arco ACB: poiche trouata, come ſopra, la quantità della parte ADBCA, e leuata, come ſi è detto dal circolo intiero, rimarrà la cercata quantità della lunula AGBDA.

Mà ſe l'altezza della perpendicolare, che cade in mezzo della corda, che vniſce le punte eſtreme della Lunula data, ſarà minore della metà di detta corda, ſarà ſegno, ch'il ſegmento è minore del ſemicircolo: tale ſarebbe la lunula SGELS. Tirata la corda SE, diuidaſi per mezzo in H dalla perpendicolare GH; così ſi hanno due ſegmenti ſull'iſteſſa corda, l'altezza del minore è HL, quella del maggiore è HG. Dunque applicata HE all'interuallo ◠ ◠, conforme alle due altezze HG, HL ſi trouino le linee de' quadrati vguali alli ſegmenti predetti: Quindi per la Queſt. 6. del capo 3. nelle linee Geometriche ſi troui la differenza di queſti quadrati, e la linea, il cui quadrato è vguale à tal differenza, darà il quadrato vguale alla lunula SGELS.

QVE-

QVESTIONE SECONDA.

Dato vn trapezio in vn Circolo, e segmento di circolo, trouare la sua quantità.

NOn tutti li trapezj son tali, che possa loro circoscriuersi vn circolo; perche i quadrilateri descritti in vn circolo hanno gli angoli opposti vguali à due retti per la 22. del lib. 3. Onde à questi soli è ristretta la presente Questione. Sia dato il Trapezio ABCD nel segmento circolare AOD. Primieramente diuidasi in mezzo nel punto E la corda AD, & alzata la perpendicolare EO, cerchisi nel modo detto in questo Capo la linea, che dà il quadrato vguale al segmento AODEA. Dipoi ciascheduno de gl'altri lati del Trapezio, i quali sono corde di particolari segmenti, similmente si diuidano per mezzo, e si habbiano dalle perpendicolari le altezze delli segmenti. E con quelle corde, & altezze nel modo predetto si trouino i quadrati vguali à ciascun delli trè segmenti. Questi trè quadrati minori si vniscano in vn sol quadrato, per la Quest. 5. del capo 3. e questo quadrato si leui dal quadrato vguale à tutto il segmento AODEA, per la Quest. 6. del capo 3. & il quadrato vgualle alla differenza, che rimane è la quantità del Trapezio proposto.

Questo, che si è detto del modo di trouare l'area de' Trapezj inscritti nel circolo, deue intendersi dell' altre figure moltilatere, ò siano di lati vguali, ò disuguali, trouando le linee

de' quadrati vguali alli particolari segmenti, e questi quadrati vniti leuandoli dal quadrato vguale à tutto il segmento, che capisce tutta la figura; poiche la differenza che resta è la cercata quantità della figura proposta.

QVESTIONE TERZA.

Dato vn segmento di circolo, ò troppo grande, ò troppo piccolo, come si debba operare per trouar la linea, che dia il quadrato vguale al segmento.

Alle volte occorre, che sia proposto vn segmento con la corda, ò con l'altezza così piccola, ò così grande, che non si possano commodamente applicare à gl'interualli della linea quadratrice, perciò sarà necessario nelle troppo piccole valersi delle moltiplici, e nelle troppo grandi seruirsi d'vna parte aliquota; perche poi la linea trouata nella stessa proportione si sminuisce, con cui l'altre si accrebero, ò si accresce, se l'altre furono sminuite. Così se le misure del segmento furono raddoppiate, si toglie la metà della linea trouata; se quelle furono dimezzate, questa si raddoppia.

Mà può accadere, che sè bene la metà della corda commodamente capisce nell'interuallo ◬ ◬, l'altezza del segmento sia minore di quelle, che corrispondono à gl'interualli de' punti notati esteriormente, il che occorrerà ogni volta, che la proportione dell'altezza alla metà della corda sarà minore d'vna decima parte di detta metà; poiche solamente vi sono segnate 18 venteſime di tutta la A◬. Et in tal caso non varrebbe raddoppiar, ò triplicare la mezza corda, e l'altezza; perche rimanendo sempre la medesima proportione, non si

potria

potria trouar segnato alcun punto, che desse interuallo sofficiente all'intento. Perciò si vede, che in quante più parti vguali si potrà commodamente diuidere la corda proposta AQ nello stromento, tanto maggiore sarà il suo vso, essendo che più di rado occorrerà hauere vn segmento, la cui altezza sia molto minore; e se il gruppo dello stromento impedisce il luogo per li punti 19. 19, forsi non impedirà per li punti 37 37; se tutta la linea fosse diuisa in 40 parti vguali. Oltre di che queste minori diuisioni daranno più esattamente le altre altezze de' segmenti.

In caso però che si facessero queste più minute diuisioni, deue auuertirsi, che caderanno alle volte i punti delli numeri esteriori, e delli interiori, così vicini, che si dubitarà, à quali numeri essi appartengono. Perciò io consigliarei, che alla linea Quadratrice si tirasse parallela dalla parte difuori vn'altra linea vicina, alla quale dalli punti delle parti vguali si tirassero lineette, poiche tali punti, da quali vscissero tali lineette trasuersali, si riconoscerebbero per appartenenti alli numeri esteriori; e così alli numeri interiori apparterebbono gli altri punti, dalli quali non vscissero simili lineette, e si toglierebbe il pericolo di prender vn punto per vn'altro vicino.

Quando dunque l'altezza del segmento è minore della decima parte della metà della corda, trouisi la loro proportione, come si disse alla Quest. 5. del capo 2, e statuita la mezza corda come 100000, si faccia l'altezza data del segmento à questo numero nella proportione trouata: così trouata la proportione della mezza corda all'altezza essere di 12 à 1, diuidasi 100000 per 12, e sarà l'altezza 8333. dipoi con questa misura si operi nella maniera adoperata in questo capo per trouare le quantità de' lati del quadrato da notarsi sù

lo ſtromento (il che quì non fà biſogno di replicare) e coſi ſi haurà cognitione di quel piccolo ſegmento.

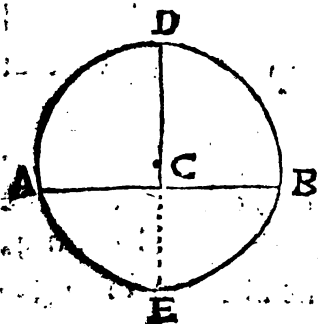
QVESTIONE QVARTA.

Data vna portione di Circolo trouare la ſua grandezza in miſura determinata.

SOno alle volte date alcune portioni circolari, che non ſono deſcritte in carta da poterſene traportare le linee con il Compaſſo; perciò date le loro miſure, ſi trouano linee nella ſteſſa proportione, e con quelle ſi opera sù lo Stromento nel modo detto. Sia, per cagione d'eſempio, data nella parte ſuperiore d'vna porta, che tondeggia, vna portione circolare, e ſi vuol ſapere di quante braccie, ouer oncie, quadrate ſia quello ſpatio.

Prendaſi la miſura della larghezza, che ſia braccia 5, e dell'altezza, che ſia braccia vno, & oncie noue: la metà della corda è braccia $2\frac{1}{2}$, cioè oncie 30, e l'altezza è oncie 21. Nelle linee Aritmetiche con due Compaſſi prendanſi due interualli, che habbiano la ſteſſa proportione di 30 à 21; e ſiano 100. 100, e 70. 70. le quali lunghezze quanto ſi prenderanno maggiori, tanto più eſatta riuſcirà l'operatione. La lunghezza, che rappreſenta la metà della corda del ſegmento circolare, ſi applichi nelle Quadratrici all'interuallo □ □, e l'altra che rappreſenta l'altezza, ſi applichi alli punti de' numeri eſteriori doue capiſce, e ſarà all' interuallo 6. 6. Perciò ritenuta l'apertura ſteſſa dello Stromento, con queſto medeſimo Compaſſo allargato ſi prenda nelli punti de' numeri interiori l'interuallo 6. 6. Poſcia ritornando alle linee Aritmetiche,

tiche, di nuouo si applichi il primo Compasso all'interuallo 100. 100, e veggasi doue darà l'apertura di questo secondo Compasso, che sarà alquanto maggiore; e si trouarà essere 101, se il primo Compasso si applicarà alli punti 50. 50, perche il secondo caderà nel $50\frac{1}{2}$. $50\frac{1}{2}$. Ora dicasi, se la mezza corda 100 dà la linea 101, il cui quadrato è vguale al segmento, vna linea di oncie 30 darà vna linea di oncie $30\frac{3}{10}$; il cui quadrato $918\frac{09}{100}$ sarà l'area di detta portione circolare data, cioè oncie quadrate 918: e perche ogni braccio quadro contiene oncie 144, la sua area sarà braccia 6, oncie 54, cioè braccia $6\frac{3}{8}$ di misura piana.

Mà se misurando il segmento proposto, si trouasse l'altezza essere maggiore della metà della larghezza, saria segno, che quel segmento fosse maggiore del semicircolo: & in tal caso conuerrebbe trouare l'altezza dell'altro segmento minore, e con quella si operarebbe nel modo sodetto, trouando la quantità di quel segmento minore; e questa leuata dalla quantità di tutto il circolo, il residuo darebbe la grandezza del proposto segmento. Per trouar dunque l'altezza del segmento minore, facciasi come l'altezza data DC alla CB metà della data larghezza, così CB à CE: e questa terza proportionale, trouata per la Quest. 7. del capo 3. è il residuo del diametro del Circolo; altezza del segmento minore. Siche applicata CB all'interuallo ⌓⌓, e CE all'interuallo de' numeri esteriori doue capisce, si haurà dall'interuallo de' numeri interiori corrispondenti la linea del quadrato vguale al segmento minore.

D

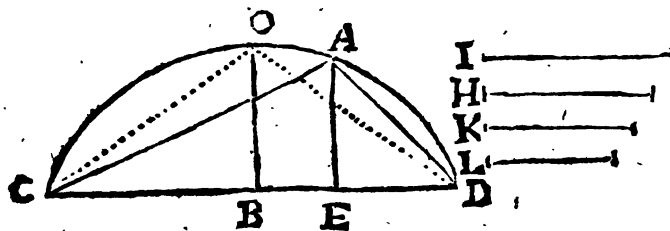
A C B

E

Or essendo già noto il diametro del circolo, si troui la linea del quadrato à lui vguale, per quello che si è detto nel capo 8. e dal quadrato vguale al circolo si leui il quadrato vguale al segmento minore, come per la Quest. 6. del capo 3. & il residuo sarà la cercata quantità del segmento maggiore proposto.

QVESTIONE QVINTA.

Dato vn Segmento di Circolo, trouare la proportione, che il Segmento hà ad vn dato Triangolo, che in esso capisce.

SIa dato il Segmento di circolo CODBC, in cui il massimo triangolo è quello, la cui altezza è la medesima con l'altezza del Segmēto, cioè la perpēdicolare, che cade nel mezzo della corda CD, cioè BO.

O A I H K L C D B E

Ora sia dato il Triangolo CAD, di cui si voglia sapere, che parte sia del segmento dato. Compiscasi il massimo Triangolo COD, il quale essendo sù la medesima base CD, hà al Triangolo CAD la proportione delli perpendicoli, cioè di OB ad AE.

Primieramente essendo larea del massimo triangolo vguale al rettangolo fatto da OB, e BC, trouisi tra queste due linee la media proportionale, e sia H, per la Quest. 8. del capo 3. & il quadrato di questa linea H sarà vguale al detto Triangolo massimo COD, per la 17. del lib. 6.

Dipoi

Dipoi nelle linee Quadratrici di questo capo si applichi BC metà della corda alli punti ⌂ ⌂, e l'altezza BO si troui ne gl'interualli de'numeri esteriori; poiche all'interuallo de' numeri interiori corrispondenti si haurà la linea I, che dà il quadrato vguale al segmento dato. Si che il dato segmento di circolo al Triangolo massimo che capisce, hà la proportione del quadrato di I al quadrato di H, cioè la duplicata proportione di questa seconda linea I trouata, à quella H, che in primo luogo si trouò. Dunque cerchisi, per la Quest. 7. del capo 3, à queste due la terza proportionale K; & il segmento al Triangolo massimo hà la proportione della linea I alla linea K.

Finalmente per la Quest. 3. del capo 2. si faccia come BO ad EA, così K ad L: onde ne siegue, per l'11. del lib. 5, che il triangolo COD al triangolo CAD sia come K ad L. Dunque il segmento del circolo al Triangolo COD è come la linea I alla linea K; & il Triangolo COD al Triangolo CAD è come la linea K alla linea L: dunque per la 22. del libro 5. sarà il dato segmento del circolo al triangolo dato CAD inchiuso, come la linea I alla linea L. Perciò volendosi saper in numeri la proportione, si portino le dette due linee I, & L sù le linee Aritmetiche; e gl'interualli, ne' quali capiranno, daranno i numeri, che esprimono la cercata proportione del segmento al triangolo dato in esso.

CAPO VLTIMO.

Come si possano con gran facilità fabricare molti Compassi di proportione altri grandi, altri piccoli.

DAlle cose dette in tutto questo Trattato della diligenza, con cui deuono farsi le diuisioni delle linee descritte (alcune delle quali non si può negare, che ricercano molto particolar'attentione, acciò siano diuise accuratamente) potrà per auuentura spauentarsi qualche Artefice, temendo, che riesca la fattura così lunga, e trauagliosa, che douendosi condegnamente ricompensare, venga à riuscire tanto cara, che trouandosi pochi compratori, venga à trarne poco guadagno. Per facilità dunque de gl'Artefici, a' quali non basta hauerne fatto vno, ò anche d'altri, i quali volessero con poca fatica diuidere le linee tirate nel suo Compasso di proportione, soggiongo per fine di questo Trattato questo Capo, il quale in sostanza non è altro, che la prattica di quanto di sopra s'è detto.

Proueggasi dunque l'Artefice d'vn Compasso di proportione con le regole assai lunghe, sopra delle quali siano tirate dal centro varie linee rette nell'vna, e nell' altra faccia, e queste linee diuida nella maniera, che habbiamo mostrato, ne stimi alcuna diligenza superflua, ne perduto il tempo, che v'impiegarà, à fine, che le diuisioni siano accuratissime; perche fatta vna volta questa fatica, non haurà più à replicarla, e gli seruirà per tutta la sua vita, e de' suoi figliuoli, perche questo Compasso di proportione dourà ritener appresso di se, e non venderlo, per non necessitarsi ad vna nuoua fatica.

Occorrendo poi far vn'altro Stromento vguale, ò più

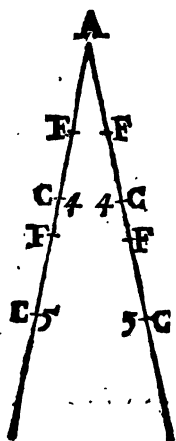
grande,

grande, ò più piccolo del suo già fatto, qual però si suppone de' più lunghi, che sogliano communemente farsi, si tirino dal centro le linee, che poi si vogliono diuidere; e fatto questo, la lunghezza di ciascuna linea pongasi nell'estremo interuallo della linea simile dello Stromento già perfettionato: poiche ritenuta quell'apertura dello Stromento, basterà traportare ciascun'interuallo sopra la linea, che si vuol diuidere; & in tal maniera questa sarà diuisa nella stessa proportione, che la linea dello Stromento maggiore. Così volendo segnare la linea metallica, per essempio, prendo la distanza dal centro dello Stromento, sin'all'estremità della linea da diuidersi, & alargo lo Stromento già fatto, in modo, che tutta quella linea capisca nell'vltimo interuallo della linea metallica PP, doue è segnata la pietra. Dipoi prendo l'interuallo MM per il marmo, e questa longhezza traporto dal centro sopra la linea che si diuide, nell'vno, e nell'altro braccio, e si segnarà il punto per il marmo. E così susseguentemente ne gl'altri punti CC, SS, &c. onde sarà diuisa la linea Metallica nel nuouo Stromento, secondo la proportione, con cui fù diuisa quella del primo Stromento: l'istesso s'intende di qualsiuoglia altra linea da diuidersi. Nel che si vede quanto gran compendio di fatica sia questo.

Di quì si vede, che se vn'amico habbia vn Compasso di proportione, diligentemente fatto da buon'artefice, ciascuno potrà con gran facilità farsene vno da se, cauando da quello le diuisioni nel modo, che s'è detto douer fare l'Artefice. Onde con molto poca spesa può essere prouisto d'vn buono Stromento.

Con-

Conchiusione.

E Queste cose bastino per la spiegatione della Fabrica, & Vso del Compasso di proportione, dalle quali ciascuno potrà andar inuentando altre operationi. Sì come anche puonno descriuersi altre linee, nelle quali siano altre proportioni, secondo il piacere di ciascuno: come sarebbe vna linea delle fortificationi, nella quale si segnasse la proportione delle parti di essa, cioè la capitale, & il fianco del baloardo in ciascuna fortezza di più angoli, supponendosi la mezzagola, & il fianco vguali al sesto di tutto il lato del poligono: & io per sfuggire la confusione, tal linea segnarei, come nella presente figura, pigliando per essempio A4 per la capitale in vna fortezza di 4 baloardi, e perciò notarei al punto 4 anche la lettera C, per denotare, che è la capitale, e poi il fianco del baloardo di tal fortezza notarei AF. Dalche ne verrebbe, che data vna fortezza di 4. baloardi da descriuersi, tagliato per mezzo l'angolo con vna capitale indefinita, si prenderebbe il sesto del lato del poligono fortificabile, e questo applicato all'interuallo FF, che è tra il 4, & il centro A, l'interuallo CC, che è di rimpetto al 4, daria la quantità della capitale determinata. Per la fortezza poi di cinque baloardi hauutasi la proportione della capitale, e del fianco per mezzo del calcolo, prenderei dal centro A tal distanza per A 5, la quale fosse la capitale del baloardo di tal fortezza, che prendendosi il fianco proportionato AF, cadesse tra il punto segnato 5, & il segnato 4; perche in tal modo

queste

queste lettere CF, significarebbono la capitale, & il fianco del baloardo di fortezza di cinque bastioni. L'istesso dico in ordine ad altri punti per fortezza di più baloardi. A me poi piace più segnar il fianco, e la capitale, perche con queste si può anche operare per la fortificatione irregolare, quanto lo permetterà la stessa irregolarità.

Ciò che per modo d'essempio s'è detto della linea delle fortificationi, con notare queste due sole diuisioni, s'intenda anche, ò notando altre proportioni d'altre linee appartenenti alla fortificatione, ò pur anche altre linee d'altre cose, e proportioni, secondo il piacere di ciascuno. Così perche spesso può venir'occasione di tagliar' vna linea nella media, & estrema ragione, potrebbesi nello Stromento tirar' vna linea nell'vno, e nell'altro braccio, la quale à quest'effetto seruisse, tagliandola con questa proportione, poiche qualsiuoglia linea data applicata all'estremo interuallo, saria tagliata similmente, prendendo l'interuallo de' punti, ne' quali le linee laterali furono così diuise. Se bene se non hai tal linea precisamente diuisa nello Stromento, basterà, che applicata tutta la linea all'interuallo 100. 100, prendi l'interuallo 38. 38, e con questo diuidasi la linea data; perche il segmento maggiore 62. hà per suo quadrato 3844. poco maggiore del rettangolo fatto da tutta 100, e dal minor segmento 38, cioè poco maggiore di 3800, come richiede cotal settione. Se tutta la linea fosse 1000, le parti sariano 618, e 382, & il quadrato del maggior segmento è 381924 poco minore del rettangolo 382000.

Mà ciò si fà con precisione maggiore se la data linea si applichi nelle linee che mostrano le corde de gli archi, all'interuallo 60. 60; poi prendasi l'interuallo 36.36, che questo darà il

rà il ſegmento maggiore; eſſendo che il primo interuallo è lato dell'Eſſagono, il ſecondo è lato del Decagono deſcritti nell'iſteſſo cerchio; e dalla Prop. 9. del lib. 13. d'Euclide ſi hà il Corollario, che tagliato il lato dell'Eſſagono nella media, & eſtrema ragione, il ſegmento maggiore è il lato del Decagono. Che ſe ſi voleſſe, che la data linea foſſe l'vno de' ſegmenti, e biſognaſſe farui vn'aggionta, ſi che tutta foſſe tagliata nella media, & eſtrema ragione, ſarà pronto il modo per la ſteſſa Prop. 9. del lib. 13. S'ella è il ſegmento maggiore, ſi applichi al 60.60, e preſo l'interuallo 36.36. gli ſi aggionga: per il contrario, ſe la linea data è il ſegmento minore, ſi applichi al 36.36, e gli ſi aggiongerà l'interuallo 60.60; che così tutta la compoſta ſarà, quale ſi ricerca.

IL FINE.